Universität Bayreuth
Fakultät für Mathematik, Physik, Informatik

Unternehmensbewertung mit dem Realoptionsansatz bei M&A

Ein Ranking von Akquisitionszielen unter Berücksichtigung ihrer Realoptionen

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
einer Diplom-Mathematikerin

Karolina Tenzler

Betreuer
Prof. Dr. Lars Grüne
Prof. Dr. Reinhard Meckl

Abgabedatum:
20. Oktober 2012

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

APV	Adusted Present Vaue
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CVA	Cashflow Value Added
DCF	Discounted Cashflow
DGF	Differentialgleichung
EVA	Economic Value Added
F&E	Forschung und Entwicklung
M&A	Mergers and Acquisitions
RO	Realoption
ROA	Realoptionsansatz
SDG	stochastische Differentialgleichung
WACC	Weighted Average Cost of Capital

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

Strategische Investitionen, zu welchen auch Mergers & Acquisitions (M&A) gehören, zeichnen sich durch ein hohes Maß an Flexibilität, Risiko und Irreversibilität der Investitionsentscheidung aus. Traditionelle Bewertungsmethoden, wie etwa das Discounted-Cashflow-Verfahren, stehen seit mehreren Jahrzehnten in der Kritik, dass sie diesen Eigenschaften strategischer Investitionen kaum Rechnung tragen. Die Eigenschaft von Handlungsflexibilitäten ist, dass sie wahrgenommen werden können, wenn sie zu einem günstigen Ergebnis führen, und nicht wahrgenommen werden müssen, wenn das erwartete Ergebnis nachteilig ist. Dies erinnert an die Definition von Optionen aus dem Finanzbereich. Myers führte als erster im Jahr 1977 den Begriff der „Realoption“ ein (vgl. 1977, 163). Beim Realoptionsansatz werden Eigenschaften von Finanzoptionen auf realwirtschaftliche Investitionen übertragen, um so den Wert ihrer Handlungsmöglichkeiten zu berücksichtigen.

Zu Beginn einer M&A-Transaktion werden in der Vorbereitungsphase gewöhnlich mehrere potentielle Zielunternehmen identifiziert und nach einigen Filterungsverfahren anhand qualitativer Kriterien in eine Rangfolge gebracht. Mit dem so bestimmten besten Kandidaten wird Kontakt aufgenommen und normalerweise erst bei gegenseitigem Interesse eine Grobbewertung des potentiellen Zielunternehmens durchgeführt (vgl. Lucks/Meckl 2002, 76). Das Modell, welches im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wird, soll dazu dienen, vor der ersten Kontaktaufnahme die vorgefilterten Kandidaten nicht nur nach qualitativen Kriterien anzuordnen, sondern auch eine quantitative Rangfolge zu bilden, basierend auf ihrer Grobbewertung einschließlich der mit ihnen verbundenen Realoptionen. Nach der Kontaktaufnahme mit dem vielversprechendsten Kandidaten, gemäß der qualitativen und quantitativen Kriterien, und seiner signalisierten Bereitschaft, kann dieser dann nach zusätzlich eingeholten Informationen mit einem besseren Kenntnisstand am Ende der Vorbereitungsphase nochmal grob bewertet werden, wiederum unter Einbeziehung seiner jetzt ebenfalls besser schätzbaren Realoptionen. Fällt diese zweite Grobbewertung zufriedenstellend aus, können nach der Prüfung der Genehmigungsfähigkeit die Vorverträge unterzeichnet werden.

In der darauffolgenden Transaktionsphase kann das Modell ebenfalls zur nun detaillierten Unternehmensbewertung herangezogen werden. Der Unterschied zur Grobbewertung ist nicht die Methodik, sondern der erheblich bessere Informationsstand, so dass durch die währen der Due Diligence gesammelten Inputdaten ein belastbares Bewertungsergebnis erzielt werden kann.

Das vorgestellte Modell eignet sich jedoch auch zur Bewertung beliebiger strategischer Investitionsvorhaben und, wenn erwünscht, zu Ableitung einer Rangfolge unter ihnen.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in fünf Abschnitte, beginnend mit der Einleitung. Im Anschluss werden im Kapitel 2 die betriebswirtschaftlichen Zusammenhänge zu M&A

und zur Unternehmensbewertung eingeführt, wobei v.a. auf die Strategie des erwerbenden Unternehmens im M&A-Teil eingegangen wird und im Unterkapitel zur Unternehmensbewertung auf den Vergleich zwischen traditionellen Bewertungsverfahren und dem Realoptionsansatz. Danach werden in Kapitel 3 die mathematischen Grundlagen zur Realoptionsbewertung gelegt. Es wird eine Reihe von Zufallsprozesse eingeführt und verschiedene Bewertungsansätze vorgestellt, v.a. das Black-Scholes-Modell und das Binomialmodell. Das Binomialmodell wird umfassend dargestellt, da auf ihm die Modellierung in Kapitel 4 entwickelt wird, welche an geeigneten Stellen auch die eingeführten Zufallsprozesse verwendet. In Kapitel 4 werden die Ziele des Modells formuliert, auf die Relaxierung der Annahmen des Binomialmodells eingegangen und das Modell hergeleitet unter Berücksichtigung der relaxierten Annahmen und zusätzlicher Überlegungen, wie Wettbewerbseffekten und dem Zusammenspiel von Realoptionen auf unterschiedlichen Geschäftsebenen eines Unternehmens. Kapitel 5 rundet die Arbeit mit der Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick ab.

2 Grundlagen zu Mergers & Acquisitions und zur Unternehmensbewertung

2.1 Einige Grundlagen zu Mergers & Acquisitions

2.1.1 Definition des Begriffs „Mergers & Acquisitions“

Für den angelsächsischen Begriff „Mergers and Acquisitions“ (M&A) herrscht in der Literatur keine einheitliche Definition vor. Nach Hinne (2008, 5) etwa werden unter dem Begriffspaar „sämtliche Vorgänge verstanden, die mit dem Erwerb oder der Veräußerung von Unternehmen bzw. Unternehmensteilen zusammenhängen.“

Obwohl „Mergers“ und „Acquisitions“ als ein Begriff verwendet werden, unterscheidet man zwischen den beiden. Bei einem **Merger**, d.h. einer Fusion, vereinen sich zwei oder mehr Unternehmen, die bis dahin rechtlich und wirtschaftlich unabhängig waren. Mindestens eines der beteiligten Unternehmen gibt dabei seine rechtliche Selbständigkeit auf, oder alle, wenn sie ein neues Unternehmen gründen. Im Zuge einer **Akquisition** hingegen erwirbt ein Unternehmen eine Beteiligung an einem anderen. Der Beteiligungsgrad kann zwischen größer Null und hundert Prozent liegen, und das Zielunternehmen nur teilweise oder ganz integriert werden. Trotz dieser wirtschaftlichen Vereinigung behalten alle beteiligten Unternehmen ihre rechtliche Unabhängigkeit (vgl. Hinne 2008, 5; Straub 2007, 15).

In der Literatur gibt es enge und weiter gefasste Definitionen von M&A. Wübben (vgl. 2007, 6) sieht Mergers & Acquisitions im engeren Sinn als strategisch motivierte Unternehmenszusammenschlüsse, bei welchen sowohl das Eigentum, als auch die Management- und Kontrollrechte vom Zielunternehmen auf den Erwerber übergehen. In der weiten Fassung versteht man unter M&A „Unternehmenskäufe und -verkäufe, Unternehmenszusammenschlüsse, Kooperationen, Allianzen und Joint Ventures, Unternehmenssicherungen und -nachfolgen, Management Buy-out und Buy-in, Börsengänge/IPO, Umwandlungsmaßnahmen, Restrukturierungen“ (Picot 2008, S. V; vgl. Balz 2007, 11-12). Den folgenden Ausführungen dieser Arbeit liegt M&A im weiten Sinne zu Grunde.

2.1.2 M&A als strategische Entscheidung

M&A-Transaktionen werden aus einer Vielzahl von Gründen vollzogen. In diesem Abschnitt werden ausschließlich die Motive mit der Absicht zur Wertsteigerung betrachtet, da sie in das Modell für die Unternehmensbewertung mit einfließen. Zudem wird nur auf die Sicht des Käufers abgestellt. Bei M&A-Transaktionen ist selten ein einzelner Beweggrund der Auslöser, meist ist es eine Reihe von Motiven. Dabei ist es wichtig die angestrebten Ziele klar zu formulieren, um fortwährend prüfen zu können, ob man sich im Zielkorridor befindet. Dann können bei nachteiligen Entwicklungen rechtzeitig Gegenmaßnahmen ergriffen werden (vgl. Balz 2007, 21-22).

Motive aus Käufersicht lassen sich grob in *strategische* Motive zur Unternehmenswertsteigerung, *finanzielle* und *persönliche* Motive einteilen. Im Weiteren werden nur die strategischen Motive näher untersucht. Dazu gehören nach Tomaszewski (2000, 27) *Restrukturierungspotentiale*, *Ausnutzen von Synergiepotenzialen* und der *Beitrag der M&A-Transaktion zur geplanten langfristigen Unternehmensstrategie und -entwicklung.* **Restrukturierungspotentiale** können auch ohne M&A ausgeschöpft werden, gehen aber regelmäßig mit solchen Transaktionen einher. Sie umfassen u.a. ein effizienteres Management vorhandener Aktiva und Passiva zur Senkung der Kosten und Steigerung des Umsatzes, die Prüfung der Notwendigkeit und ggf. die Reallokation von Aktiva und Passiva, und die Anpassung der Anreize für das Management, um die Effizienz der Unternehmensleitung zu erhöhen (vgl. ebd., 28-29).

Die Realisierung von **Synergien** ist eines der wichtigsten Motive für M&A (Lucks/Meckl 2002, 9) und kann als Möglichkeit zur Kostensenkung oder zum profitablen Wachstum gesehen werden (Balz 2007, 22). Die Grundidee dabei ist, dass die Unternehmen vereint mehr Wert generieren, als ihre addierte getrennte Wertschaffung. Oftmals wird übersehen, dass auch negative Synergien auftreten können, die zum entgegengesetzten Effekt führen, d.h. zu einer Abnahme der vereinten gegenüber der Summe der getrennten Wertschöpfung. Zudem müssen positive Synergiepotentiale erst gezielt und konsequent realisiert werden, wohingegen negativen Synergien von selbst auftreten (vgl. Vogel/Schumann 2002, 33-35). Ermöglicht werden positive Synergien durch die geschickte Kombination der komplementären Ressourcen der einzelnen Unternehmen, die kostensenkend zu *Fixkostendegressionen* oder *Economies of Scale* führen, oder profitables Wachstum durch *Economies of Scope* ermöglichen. Bei der *Fixkostendegression* werden die Kosten pro Stück gesenkt, indem die Fixkosten auf eine größere Ausbringungsmenge verteilt werden, z.B. durch eine bessere gemeinsame Ausnutzung von Leerkapazitäten. *Economies of Scale* zielen auch auf Stückkostensenkung ab, aber sie wird zum einen durch die Erhöhung des Effizienzgrades aufgrund von Spezialisierung erreicht und zum anderen durch den Erfahrungskurveneffekt, der wegen Lerneffekten bei jeder Verdoppelung der kumulierten Ausbringungsmenge eine Senkung der Kosten pro Stück um 15% - 30% möglich macht. Bei den *Economies of Scope* geht es nicht um Skaleneffekte, sondern um Verbundeffekte. Indem man Know-How und andere Ressourcen für mehrere Produkte nutzt, sinken die Gesamtkosten der Verbundproduktion unter die Summe der Kosten der Einzelproduktionen. Diese Form der Synergie hat jedoch nicht nur die Senkung der Kosten im Auge, sondern zielt v.a. auf eine Unternehmenswertsteigerung durch profitables Wachstum ab (vgl. Hinne 2008, 40-42; Balz 2007, 22 und 24).

Die dritte Gruppe der strategischen Motive für M&A ist der **Beitrag der Transaktion zur geplanten langfristigen Unternehmensstrategie und -entwicklung**. Dieser ist besonders hoch, wenn die Unternehmensleitung des erwerbenden Unternehmens nach seiner Strategieplanung feststellt, dass die gesteckten Ziele nur mit M&A erreichbar sind. Klassischerweise wird darunter der Zugang zu Fähigkeiten, Ressourcen und Märkten verstanden, oder auch der Zeitvorteil, den M&A ggü. dem generischen, d.h. internen Wachstum bietet. Beim Zugang zu Fähigkeiten und Ressourcen, sind solche gemeint, die intern nicht generiert werden können, sondern exklusiv dem Zielunternehmen eigen sind. Auch bei den erwähnten Märkten, sind diejenigen im Fokus, welche neuen Wettbewerbern wegen Markteintrittsbarrieren schwer zugänglich sind. Will die Unternehmensleitung den reinen Zeitvorteil nutzen, so will sie sich den Zugang zu Fähigkeiten, Ressourcen und Märkten sichern, den sie auch durch generisches Wachstum erreichen könnte, aber wegen dem Zeitplan der Unternehmensstrategie kann oder will sie nicht so lange warten (vgl. Hinne 2008, 35 und 43-45; Balz 2007, 25-26, Tomaszewski 2000, 33-34).

Es lassen sich noch weitere, jedoch schwer quantifizierbare strategische Motive aufführen. Darunter zählen u.a. die allgemeine Verbesserung der Wettbewerbsfähigkeit, oder der Aufkauf von Konkurrenten wegen Gefährdung der Erfolgsposition des Unternehmens, oder auch die Risikominderung durch Diversifikation und konglomerate Zusammenschlüsse (vgl. Lucks/Meckl 2002, 9; Tomaszewski 2000, 34; Balz 2007, 26-27). Diese und weitere Beweggründe lassen sich nur schwer wertmäßig erfassen und werden daher nicht in die Modellierung einfließen.

Wie eingangs erwähnt, schließen sich die genannten Motive nicht aus, sondern ergänzen einander, da mehrere von ihnen zugleich einer M&A-Transaktion zugrunde liegen können. Von den vorgestellten Gründen werden die meisten als Argumente für Unternehmenswachstum an sich herangezogen, gleich, ob für internes oder externes Wachstum. Nur der Zeitvorteil und der Zugang zu exklusiven Kompetenzen und Ressourcen und anders kaum zugänglichen Märkten sind Vorteile des externen Wachstums gegenüber dem internen (vgl. Hinne 2008, 48).

2.1.3 Kategorisierung von M&A-Transaktionen gemäß der strategischen Ausrichtung

Nach der strategischen Ausrichtung oder dem leistungswirtschaftlichen Zusammenhang können M&A-Transaktionen unterteilt werden in *horizontale*, *vertikale*, *konzentrische* und *konglomerate* Unternehmenszusammenschlüsse. Die folgenden Ausführungen lehnen sich an Hinne und Krostewitz an (vgl. Hinne 2008, 7-8; Krostewitz 2008, 71-72).

Als **horizontalen Zusammenschluss** bezeichnet man den Zusammenschluss von Unternehmen derselben Branche und Wertschöpfungsstufe mit oder ohne Produktausweitung. Gehören die Produkte der Unternehmen den gleichen Marktsegmenten an, liegt keine Produktausweitung vor, gehören jedoch die Produkte benachbarten Marktsegmenten an, dann erfolgte der Zusammenschluss mit Ausweitung des Produktprogramms. Solche Zusammenschlüsse zielen regelmäßig darauf ab die Marktmacht der Unternehmen zu steigern, Synergieeffekte auszunutzen und Economies of Scale und Scope zu generieren.

Vereinen sich Unternehmen aus verschiedenen, hintereinander liegenden Wertschöpfungsstufen, spricht man vom **vertikalen Zusammenschluss**. Hierbei liegt eine Rückwärtsintegration (bzw. Upstream-M&A) vor, wenn ein Zulieferer erworben wurde. Beim Erwerb eines Abnehmers ist es eine Vorwärtsintegration (bzw. Downstream-M&A). Beweggründe für vertikale Zusammenschlüsse bei einer Rückwärtsintegration sind bessere Kooperation bei Forschung und Entwicklung, einfachere Planung und Kostenersparnisse einer Verbundproduktion und höhere Liefersicherheit für wichtige Inputfaktoren. Im Falle einer Vorwärtsintegration soll der Effizienzgrad der Koordination von Produktion und Absatz gesteigert werden.

Von einem **konzentrischen Unternehmenszusammenschluss** spricht man, wenn die Unternehmen auf dem gleichen Markt tätig sind und nun entweder ähnliche Kundengruppen durch die Unternehmensvereinigung mit neuen Technologien ansprechen möchten (markt-konzentrische M&A) oder neue Kundengruppen mit gleichen oder ähnlichen Technologien erreichen wollen (technologie-konzentrische M&A) (vgl. Krostewitz 2008, 72; Wirtz 2003, 153).

Konglomerate Zusammenschlüsse sind alle diejenigen, die keiner der oben genannten Kategorie zugeordnet werden können. Weder im Produktprogramm, noch im Absatz finden sich Überschneidungen. Das erwerbende Unternehmen erzielt eine intensivere Marktbearbeitung und eine stärkere Fokussierung, wenn es einen konzentrischen oder horizontalen Zusammenschluss herbeiführt. Bei konglomeraten und vertikalen Zusammenschlüssen hingegen erfährt es eine Diversifikation (vgl. Krostewitz 2008, 72; Wirtz 2003, 153).

2.1.4 Typischer Ablauf eines M&A-Projekts

2.1.4.1 Die Phasen und Prozesse einer M&A-Transaktion

Dieser Abschnitt stellt den chronologischen Ablauf einer M&A-Transaktion vor. In der Literatur ist eine prozess- und phasenorientierte Sichtweise zu finden, die den M&A-Ablauf in die drei Phasen der *Vorbereitungs-, Transaktions- und Integrationsphase* einteilt (vgl. Hinne 2008, 50; Krostewitz 2008, 91; Lucks/Meckl 2002, 51). Lucks/Meckl identifizieren dabei in ihrem Phasenmodell Kern- und Unterstützungsprozesse. *Strategieentwicklung*, *Strukturentwicklung und -durchsetzung*, und *Personalveränderung* sind die drei Kernprozesse, die von den vier Unterstützungsprozessen *Information*, *Bewertung*, *Kommunikation* und *Controlling* begleitet werden (vgl. 2002, 56). Das Ineinandergreifen der phasen- und prozessorientierten Sichtweise macht Abbildung 1 deutlich.

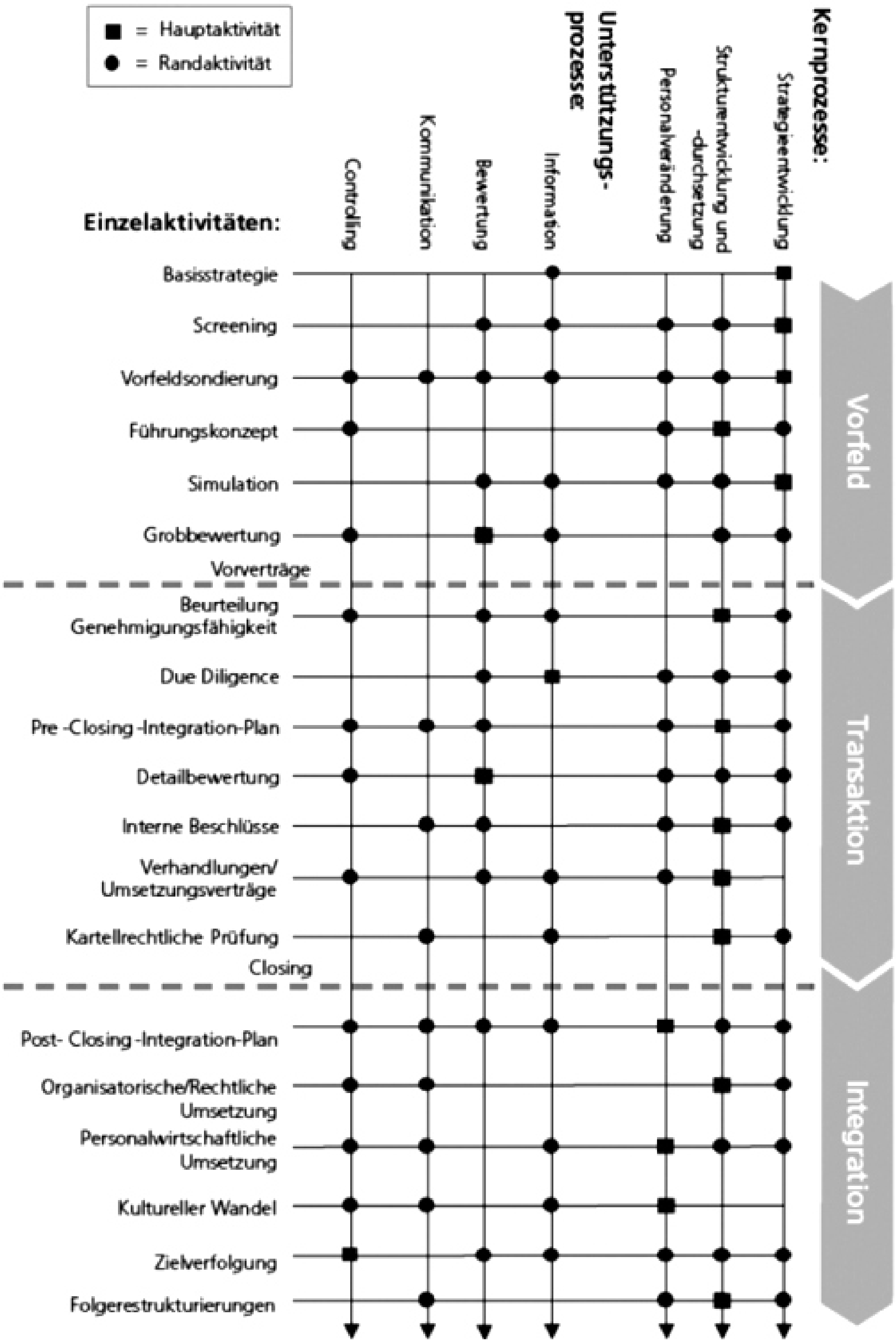


Abbildung 1: Phasen und Prozesse einer M&A-Transaktion (Lucks/Meckl, 2002, 59)

Angelehnt an Krostewitz (vgl. 2008, 91-93) werden im Weiteren die drei Phasen einer M&A-Transaktion erläutert. Während der **Vorbereitungsphase** liegt der Fokus auf der Formulierung der Unternehmensstrategie, d.h. der Kernprozess **Strategieentwicklung** steht im Zentrum. Dabei wird geklärt, inwieweit M&A zum Erreichen der angestrebten Unternehmensziele notwendig ist. Kommt die Unternehmensleitung zu dem Schluss, dass M&A die effizienteste Alternative ist, wird mit dem Screening möglicher M&A-Kandidaten begonnen. Die Kandidaten werden mehreren Filterungsschritten unterzogen, z.B. Zutreffen von Ausschlusskriterien, der strategischen, kulturellen und finanziellen Stimmigkeit. Idealerweise bleibt am Ende das passendste Unternehmen übrig, mit welchem Kontakt aufgenommen wird und bei gegenseitigem Interesse nach einer Grobbewertung und Prüfung der Genehmigungsfähigkeit die Vorverträge geschlossen werden, was die nächste Phase einleitet (vgl. Lucks/Meckl 2002, 76).

Die **Transaktionsphase** hat als zweite Phase die Aufgabe das Zielunternehmen genau zu bewerten. Der vordergründige Kernprozess ist die **Strukturentwicklung und -durchsetzung**. Im Laufe dieses Prozesses ist die Transaktionsstruktur zu formulieren und zu realisieren und sind Wertsteigerungspotentiale zu identifizieren und umzusetzen. Im Rahmen der Due Diligence, welche v.a. für die Unternehmensbewertung und die Identifikation der Wertsteigerungspotentiale durchgeführt wird, ist es daher notwendig nicht nur die Buchwerte, sondern auch sämtliche Risiken, Synergiepotenziale und kaufentscheidenden Informationen zu betrachten. Diese Informationen sind die Grundlage für die Verhandlungen bezüglich des Kaufpreises und des Übernahmevorganges. Nach dem erfolgreichen Abschluss der Verhandlungen wird eine kartellrechtliche Prüfung angesetzt und im Falle einer Genehmigung die Verträge unterzeichnet, d.h. das Closing vollführt.

Während der **Integrationsphase** wird der Unternehmenszusammenschluss abgewickelt, d.h. ein genauer Post-Closing-Integrations-Plan wird aufgesetzt und durchgeführt. Dabei werden alle organisatorischen, personalwirtschaftlichen und rechtlichen Bereichen, sowie die Folgerestrukturierungen und der kulturelle Wandel berücksichtigt. Da Personalfragen dabei eine zentrale Rolle spielen, steht der Kernprozess **Personalveränderung** im Vordergrund.

Die Kernprozesse werden über alle Phasen hinweg von den Unterstützungsprozessen flankiert. Der **Informationsprozess** stellt benötigte Informationen bereit, der **Bewertungsprozess** beeinflusst direkt das Kaufgebot und soll bei seiner Bewertung alle Risiken und Synergiepotenziale des Zielunternehmens erfassen. Der **Kommunikationsprozess** soll einen ungehinderten und effizienten Informationsfluss zwischen allen Parteien und Beteiligten an der M&A-Transaktion und dem Kapitalmarkt sicherstellen. Für eine beständige Kontrolle der festgelegten Voraussetzungen, des Progresses und der Konsistenz zwischen den Phasen und Prozessen sorgt der Unterstützungsprozess **Controlling**. Dieser Prozess dient auch zur Ergreifung von Korrekturmaßnahmen, wenn Abweichungen von Sollvorgaben vorliegen, oder bricht die gesamte Transaktion ab, wenn sich diese als nicht zielführend erweist.

Die Unternehmensstrategie ist die Grundlage für das gesamte Geschehen. Sie löst die Entscheidung für M&A aus, stellt die Auswahlkriterien für die Akquisitionskandidaten, beeinflusst die Kaufpreisfindung und die Integration. Schlussendlich steuert die Strategie die Realisierung der erhofften Wertsteigerung und ermöglicht die Erfolgsmessung der Transaktion. Daher wird im Folgenden genauer auf die Strategiefindung eingegangen.

2.1.4.2 Der Strategieplanungsprozess

Im Weiteren wird ein Überblick über die Strategieplanung gegeben. Die Ausführungen richten sich nach Lucks/Meckl (vgl. 2002, 74-94). In späteren Kapiteln werden zusätzlich immer wieder an geeigneter Stelle Empfehlungen zur Strategieformulierung abgeleitet.

Wie im vorhergehenden Abschnitt erläutert, steht in der Vorbereitungsphase die Strategieplanung im Mittelpunkt. Zuerst wird eine Basisstrategie formuliert, die die Strategie des Unternehmens festlegt und ersichtlich macht, ob mit M&A, also mit externem Wachstum, die Unternehmensziele am effizientesten erreicht werden. Zur Festlegung der Strategie wird das eigene Unternehmen und sein Umfeld einer gründlichen Analyse unterzogen, bei der die Kernkompetenzen des Unternehmens identifiziert und seine Wettbewerbsstellung samt der aktuellen Marktlage genau ermittelt werden. Daraufhin werden Prognosen über die Entwicklung des Marktes und die Zukunftsperspektiven des eigenen Unternehmens erarbeitet. Wird dabei klar, dass mit der vorgezeichneten Entwicklung des Basisgeschäfts die Sollvorgaben der Strategieplanung nicht erreicht werden können, ist eine sogenannte strategische Lücke ausgemacht worden. Wenn sich bei den möglichen Alternativen zur Behebung der strategischen Lücke externes Wachstum als der effektivste Weg erweist, entscheidet sich die Unternehmensleitung für ein M&A-Projekt (vgl. Hinne 2008, 62-63). In diesem Falle müssen in der Basisstrategie die Ziele genau festgehalten werden, die mit dem Unternehmenszusammenschluss verwirklicht werden sollen (vgl. Lucks/Meckl 2002, 74-79). Aus diesen Zielen werden Auswahlkriterien für M&A-Kandidaten abgeleitet und demensprechend Unternehmen in einem anschließenden Screening gesucht und gefiltert.

Bei der Filterung spielt der **„strategic fit“**, d.h. die strategische Stimmigkeit eine tragende Rolle. Dabei wird untersucht wie effizient der M&A-Kandidat die strategische Lücke schließen und zur Erreichung der Unternehmensziele beitragen würde. Diverse Verfahren, wie Marktsegmentanalysen, regionale Umsatzverteilungen oder Analysen von Produktpaletten, werden dazu herangezogen, um zu bestimmen, ob der Kandidat strategiekonforme Produkte bzw. Dienstleistungen anbietet und in den gewünschten Marktsegmenten und Regionen tätig ist. Nicht alle der erforderlichen Informationen sind öffentlich erhältlich und die Verfahren oft von rein qualitativer Natur. Daher muss der strategic fit während der zweiten Phase der Transaktion frühzeitig und umfassend überprüft und sichergestellt werden, oder aber das M&A-Projekt mit diesem Kandidaten abgebrochen und mit dem rangnächsten neu angegangen werden (vgl. Lucks/Meckl 2002, 80-82 und 91-92).

Nach der Prüfung des „strategic fit“, wird im Strategieplanungsprozess im fortschreitenden Auswahlverfahren der **„cultural fit“** und der „financial fit“ gemessen. Bei der kulturellen Stimmigkeit sollen „die Werte, Normen und Einstellungen, die in einem Unternehmen gelebt werden“ (Lucks/Meckl 2002, 84) betrachtet und so festgestellt werden, ob die Unternehmenskultur des Kandidaten mit der eigenen harmoniert. Beim **„financial fit“** geht es um die grundsätzliche Finanzierbarkeit der M&A-Transaktion und deren finanzielle Auswirkung auf das Zielunternehmen. Dabei werden untersucht die Höhe des Kaufpreises, die benötigte Aufnahme von Fremdkapital, die finanzielle Gesamtsituation des Akquisitionsziels und die weiteren Investitionen, welche z.B. bei Folgerestrukturierungen oder dem Zusammenlegen der Produktlinien erforderlich werden können (vgl. 2002, 84-86).

Im Laufe dieser Prüfungen werden unpassende Kandidaten aussortiert und diejenigen in die engere Wahl genommen, die die besten Erfolgsaussichten vorweisen. Wie im nächsten Abschnitt erklärt, würde an dieser Stelle als Novum das Modell dieser Ausarbeitung seine Anwendung finden. Es soll eine Rangfolge der übriggebliebenen Unternehmen mittels einer Grobbewertung unter Einbeziehung ihrer Realoptionen bilden. Diese Rangfolge würde der bisherigen eher qualitativen Reihenfolge, die durch den „strategic fit“, den „cultural fit“ und den „financial fit“ erarbeitet worden ist, unterstützend zur Seite gestellt. Nach Lucks/Meckl (vgl. 2002, 86-88) wird dann klassischerweise mit dem ranghöchsten Unternehmen Kontakt aufgenommen und das Interesse an M&A-Aktivitäten ermittelt. Dabei wird der eigene Kenntnisstand abgesichert bzw. erweitert, um die bisher verwendeten Annahmen zu prüfen. Erweist sich der Kandidat nach dem Informationsgewinn immer noch als der erfolgversprechendste und bekundet er Interesse, werden genaue Pläne für die weitere Vorgehensweise ausgearbeitet.

Der Strategieplanungsprozess beendet seine Hauptrolle mit einer Simulation, die zeigen soll, ob der angestrebte Unternehmenszusammenschluss die Zielerreichung ermöglicht (vgl. 2002, 88-91). Sodann kommt die Vorbereitungsphase ebenfalls zu ihrem Ende mit einer Grobbewertung und der kartellrechtlichen Genehmigung. Die Grobbewertung des Akquisitionszieles an dieser Stelle wäre klassischerweise erstmalig durchgeführt worden. Bei Verwendung des ausgearbeiteten Modells im Hauptteil der vorliegenden Arbeit, würde es sich um eine nochmalige Grobbewertung unter Einbeziehung der Realoptionen handeln, die basierend auf einem besseren Kenntnisstand durchgeführt wird.

In den anderen beiden Phasen spielt der Strategieplanungsprozess nur eine untergeordnete Rolle und soll ein stets strategiekonformes Handeln gewährleisten. Während der Transaktionsphase sammelt er hierfür beständig Informationen über den M&A-Partner und vergleicht sie mit den Annahmen, damit bei Abweichungen sogleich die Auswirkungen auf die Zielerreichung geprüft und notfalls das M&A-Projekt abgebrochen werden kann. Dann würde mit dem rangnächsten Kandidaten fortgefahren werden. Endet die Transaktionsphase erfolgreich mit dem Closing, wird die Integrationsphase durchgeführt, während welcher der Strategieplanungsprozess ebenfalls nur die Strategiekonformität sicherstellt (vgl. 2002, 91-93).

2.1.4.3 Einordnung der Arbeit in den Ablauf eines M&A-Projekts

Das Modell der Unternehmensbewertung, das in dieser Arbeit entwickelt wird, fußt auf einem klassischen Unternehmenswert, der um einen Realoptionswert ergänzt wird. Eine genaue Definition des Realoptionsbegriffs, der in der vorliegenden Arbeit verwendet wird, befindet sich im Abschnitt 3.1. Das Ziel des Modells ist es ein Ranking der M&A-Kandidaten unter Berücksichtigung ihrer Realoptionen zu bilden. Daher ist seine Anwendung in der Vorbereitungsphase, genauer beim Screening, anzusiedeln. Nachdem die Entscheidung für M&A gefällt, die Auswahlkriterien für potentielle Kandidaten aus der Basisstrategie abgeleitet, eine Liste von Akquisitionszielen erstellt und eine engere Wahl nach einigen Vorfilterungen getroffen wurde. Die verbleibenden Kandidaten würden sich alle gut eignen, um die Unternehmensziele zu erreichen, und nun soll eine Grobbewertung unter Berücksichtigung der Basisstrategie und der sich durch den Erwerb zusätzlich erschließenden Möglichkeiten durchgeführt werden. Dabei kann nicht auf Informationen zugegriffen werden, die nur nach Abschluss von Vorverträgen im Rahmen einer Due Diligence erhältlich sind. Die Inputparameter für dieses Ranking können nur aus öffentlich zugänglichen Quellen stammen, aus diesen abgeleitet werden oder basierend auf begründeten Annahmen quantifiziert werden. Die Vorgehensweise bei der Grobbewertung und der Detailbewertung in der Transaktionsphase ist grundsätzlich gleich. Nur die Datengrundlage der Detailbewertung ist erheblich besser (vgl. Lucks/Meckl 2002, 174).

Liegen dann in der Transaktionsphase alle kaufrelevanten Informationen vor, sollten diese in eine sehr viel differenziertere und umfassenderes Form dieses Modells eingegeben werden, um dadurch genauere Kaufpreisober- und -unterschranken zu erhalten.

Neben den Inputparametern ist eine präzise und durchdachte Unternehmensstrategie nicht nur für den klassischen Teil des Unternehmenswerts wichtig, sondern v.a. für den Teil des Realoptionswerts. Dies kann jedoch nur nach einer umfassenden Einführung des Realoptionsbegriffs diskutiert werden. Daher wird diese Thematik im Abschnitt 2.2.3.5 behandelt, der sich mit dem Zusammenhang der Strategieplanung, der Unternehmensbewertung und dem Realoptionsansatz befasst.

2.2 Ansätze der Unternehmensbewertung

2.2.1 Der individuelle Unternehmenswert

Bis zum Jahre 1960 lag der Fokus in der Literatur auf der objektiven Unternehmensbewertung. In der modernen Theorie und Praxis wurde diese Idee verworfen, so dass es nicht mehr das „objektiv richtige“ Bewertungsverfahren gibt, über welches man zum „objektiv richtigen“ Unternehmenswert gelangt. Es wird eher untersucht, wie der Anlass und Zweck bzw. die Funktion der Bewertung auf den Unternehmenswert einwirken, sowie die Ziele, die der Bewerter mit dem Bewertungsobjekt verfolgt. Abhängig von den genannten Einflussparametern sollte auch das Bewertungsverfahren gewählt werden (vgl. Matschke 2007, 14-24). Folgende Ausführungen halten sich an Koch (vgl. 1999, 12-14), Bernhard (vgl. 2000, 14-17) und Tomaszewski (vgl. 2000, 6-8). **Bewertungsanlässe** können mit und ohne Eigentumswechsel einhergehen. Bei Anlässen *ohne Eigentumswechsel* wären aufzuführen Sanierung, Kreditwürdigkeitsprüfung, Unternehmens- und Finanzanalyse, Performancemessung von Unternehmensteilen und eine Ermessung der Vergütungsgrundlage für Manager. Ein Kauf bzw. Verkauf oder eine Fusion erfolgt in Verbindung *mit einem Eigentumswechsel*, welcher dominiert oder nicht dominiert sein kann. Bei einem *nicht dominierten* Eigentumswechsel kann keine der beteiligten Parteien die Eigentumsverhältnisse ohne Einverständnis der anderen Parteien verändern, wie es bei einem klassischen Kauf bzw. Verkauf eines Unternehmens (-teils) oder bei einer klassischen Fusion der Fall ist. Ein *dominierter* Eigentumswechsel wäre z.B. eine Abfindung von Minderheitsgesellschaftern, eine Enteignung oder eine Erbauseinandersetzung. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf dem Kauf bzw. Verkauf von Unternehmen (-steilen).

Von einem Bewertungsanlass kann das Verfolgen diverser **Bewertungszwecke** gleichzeitig motiviert sein, daher werden in der Literatur mehrere Bewertungsfunktionen unterschieden. Die Kommunikations- und Steuerbemessungsfunktion sind beispielsweise Nebenfunktionen. Die drei Hauptfunktionen sind Beratungs- bzw. Entscheidungsfunktion, Vermittlungs- bzw. Konfliktlösungsfunktion und die Argumentationsfunktion. Die *Entscheidungsfunktion* ist für diese Arbeit wichtig und hat zum Ziel den Grenzwert des Unternehmens zu ermitteln, d.h. die Preisuntergrenze bei einem Verkäufer oder die Preisobergrenze im Falle eines Käufers, bei dem sich der Akteur wirtschaftlich gerade nicht verschlechtert. Zwischen diesen beiden Unternehmenswerten wird der ausgehandelte Unternehmenspreis liegen, wenn die beteiligten Parteien rational handeln. D.h. der Unternehmenspreis ist nicht dasselbe wie der Unternehmenswert.

Eine weitere Theorie besagt, dass der Unternehmenswert auch entscheidend von den **Zielen des Bewerters** beeinflusst wird, d.h. von seinem subjektiven Nutzen, den er aus dem Unternehmensbetrieb ziehen kann. Der Wert kommt also nicht aus dem Bewertungsobjekt selbst, sondern aus den Handlungsmöglichkeiten, die es eröffnet. So können sogenannte strategische Preise begründet werden, d.h. die Prämien die den Übernahmepreis oft über den wirtschaftlich erscheinenden Preis heben. Denn der Käufer erhält bei Übernahme Zugang zu Handlungsoptionen, die den höheren Preis rechtfertigen.

2.2.2 Traditionelle Bewertungsverfahren

2.2.2.1 Überblick über die traditionellen Bewertungsverfahren

Im Folgenden wird in Anlehnung an Prexl (vgl. 2010, 215-221) und Tomaszewski (vgl. 2000,9-13) ein Überblick über die traditionellen Bewertungsmethoden gegeben. Das soll die Einordnung der Bewertungsmethoden erleichtern, die in den Abschnitten 2.2.2.2 und 2.2.3 genauer vorgestellt werden. Im Zentrum stehen dabei die Verfahren, die später im Modell verwendet werden und auf welchen der Realoptionswert aufsetzen kann. Die

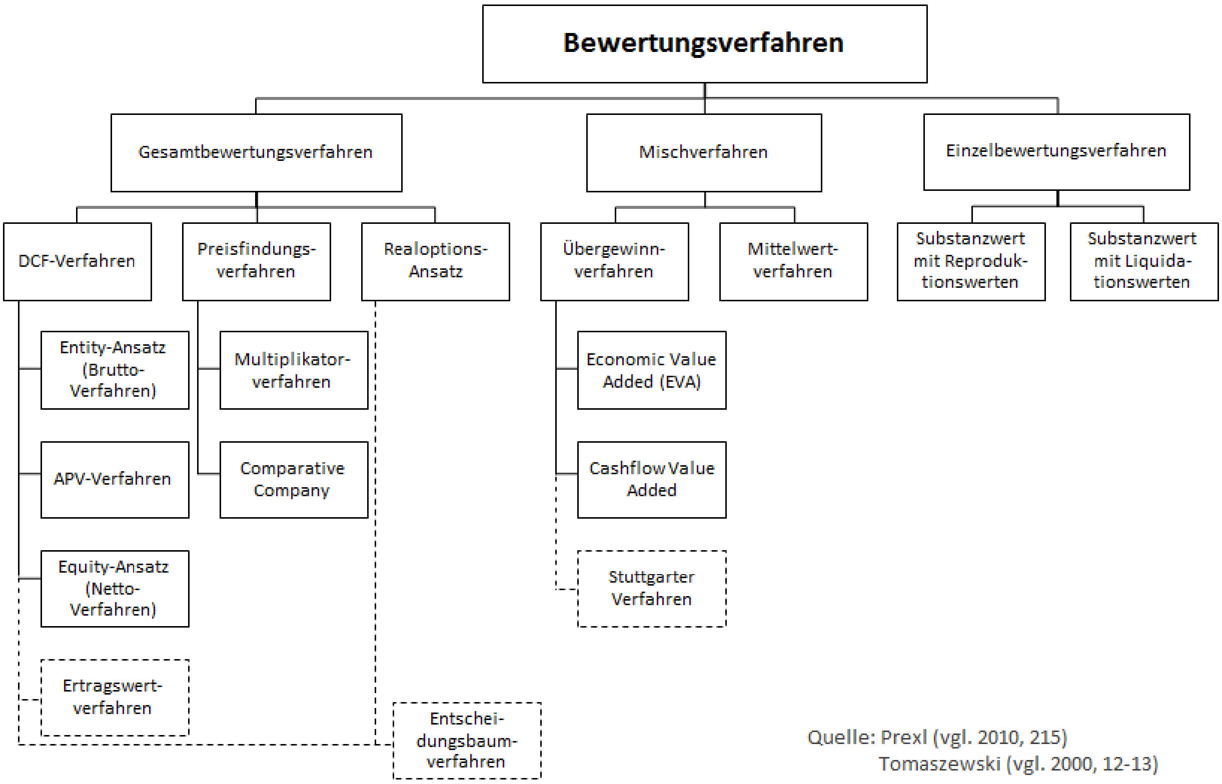


Abbildung 2: Bewertungsverfahren im Überblick

Verfahren zur Unternehmensbewertung lassen sich den drei Gruppen Einzelbewertungs-, Gesamtbewertungs- und Mischverfahren zuordnen. Bei den **Einzelbewertungsverfahren** wird vor allem auf die historischen Werte abgestellt. Das Unternehmen wird gemäß seiner einzelnen Bestandteile, der Vermögensgegenstände und Schulden zu bilanziellen oder tatsächlichen Werten bewertet. Soll das Unternehmen fortbestehen, wählt man den Substanzwert mit Reproduktionswerten des betriebsnotwendigen und den Liquidationswerten des nicht-betriebsnotwendigen Vermögens. Soll das Unternehmen nicht fortgeführt werden, ermittelt man den Substanzwert mit Liquidationswerten des Gesamtvermögens und etwaigen Liquidierungskosten. Am Ende wird der Wert der Schulden abgezogen (vgl. Koch 1999, 14-15). In der Praxis wird das Substanzwertverfahren mit Liquidationswerten zur Bewertung von insolventen Unternehmen, und solchen mit einer schwachen Ertragssituation herangezogen.

Bei den **Gesamtbewertungsverfahren** wird das Unternehmen nicht als eine Ansammlung von Einzelteilen, sondern als eine Einheit verstanden. Sie werden in der Praxis am häufigsten eingesetzt. Ihre Bewertung ist ausschließlich zukunftsgerichtet und sie errechnen den Unternehmenswert als Barwert der zu erwartenden Netto-Erträge an die Anteilseigner. Das *Discounted-Cashflow-Verfahren* mit seinen vielen Ausprägungen zählt dazu und wird im nächsten Abschnitt näher vorgestellt. Auch der *Realoptionsansatz* ist zukunftsgerichtet und bewertet das Zusammenspiel der Unternehmensbestandteile unter Berücksichtigung von Unsicherheit und Flexibilität. Er soll im Teilkapitel 2.2.3 qualitativ erläutert und im vierten Kapitel modelliert werden. Die *Preisfindungsverfahren*, wie die Multiplikatorverfahren oder der Comparative Company-Ansatz, bieten eine relativ einfache Möglichkeit, um erste Anhaltspunkte für den Unternehmenswerts zu ermitteln. Beim *Multiplikatorverfahren* wird der Unternehmenswert als Vielfaches einer Bezugsgröße errechnet, wie z.B. dem Buchwert des Eigenkapitals, dem operativen Cashflow oder des Umsatzes. Die Höhe des Multiplikators bestimmt sich aus der Relation dieser Bezugsgröße bei anderen Unternehmen zu deren Marktwert, die unter Berücksichtigung der Branche in der Vergangenheit beobachtet wurden. Beim *Comparative Company*-Ansatz hingegen werden nicht einzelne Bezugsgrößen, sondern ähnliche Unternehmen als Ganzes herangezogen, die z.B. nach Branche, Größe, Kapitalstruktur, Gewinn- und Umsatzverhalten zum Akquisitionsziel vergleichbar und deren Marktpreise bekannt sind. Anhand verschiedener Berechnungsmethoden werden ausgehend von diesen Marktpreisen auf obere und untere Schranken des Marktpreises des Zielunternehmens geschlossen. Bei den Preisfindungsverfahren wird also von der effizienten Bewertung durch den Markt ausgegangen und Arbitragefreiheit unterstellt, d.h. gleiche Unternehmen müssen auch gleich bewertet sein (vgl. Balz/Arlinghaus 2007, 156-161; Koch 1999, 16; Tomaszewski 2000, 12-13).

Die **Mischverfahren** kombinieren die rein historische und zukünftige Sichtweise der beschriebenen Methoden. Da die Kombination des Substanz- und Ertragswertes willkürlich vollzogen wird, gilt diese Vorgehensweise sowohl in der Theorie als auch in der Praxis als unbrauchbar. Durch das Value Based Management werden zumindest die Übergewinnverfahren wieder eingesetzt, zu denen auch der Economic Value Added (EVA) und der Cashflow Value Added (CVA) gehören (vgl. Prexl 2010, 220).

2.2.2.2 Das Discounted-Cashflow-Verfahren

Das Discounted-Cashflow-Verfahren (DCF-Verfahren), auch Kapitalwertmethode genannt, ist ein Gesamtbewertungsverfahren mit einer investitionstheoretischen Ausrichtung. „Cashflow“ ist dabei der anglo-amerikanische Fachausdruck für Zahlungsüberschüsse. Das DCF-Verfahren ermittelt den Unternehmenswert, indem es die zukünftigen Zahlungsüberschüsse des Unternehmens prognostiziert, diese auf den Bewertungszeitpunkt abzinst und den Wert des nicht betriebsnotwendigen Vermögens hinzuaddiert. Die Lebensdauer des Unternehmens wird üblicherweise als unendlich angesetzt, für die ersten n Jahre eine detaillierte Cashflowplanung durchgeführt und für danach ein Fortführungswert (Terminal-Value) bestimmt, der als ewige Rente in den Unternehmenswert eingeht. Diese und weitere Ausführungen dieses Abschnitts sind Tomaszewski (vgl. 2000, 13-18) und Prexl (vgl. 2010, 221-286) entlehnt.

Das DCF-Verfahren tritt v.a. in den drei Ausprägungen *Equity-Ansatz*, *Weighted Average Cost of Capital (WACC)-Ansatz* und *Adjusted Present Value (APV)-Ansatz* auf. Man gelangt über alle drei Ansätze zum selben Ergebnis, wenn die Annahmen zum zukünftigen Finanzierungsverhalten identisch sind. Die beiden letztgenannten Ansätze sind Brutto-Verfahren, der **Equity-Ansatz** ein Netto-Verfahren, da er den Marktwert des Eigenkapitals direkt ermittelt (vgl. Prexl 2010, 216, 221, 279). Vereinfacht beschrieben, werden die zukünftigen Zahlungsüberschüssen CF_t der jeweiligen Periode t für die nächsten n Perioden geschätzt, die Zins- (Z_t) und Steueraufwendungen (st als durchschnittlicher Steuersatz) herausgerechnet und dabei der Steuervorteil aus anteiliger Fremdfinanzierung berücksichtigt. Dann werden etwaige Kredittilgungszahlungen KT_t in Abzug gebracht und das Ergebnis mit dem Eigenkapitalkostensatz r_{EK} nach Steuern und bei anteiliger Fremdfinanzierung diskontiert, da es sich nur noch um Cashflows der Eigenkapitalgeber handelt. Für die restliche Lebensdauer des Unternehmens wird ein Periodenüberschuss CF_{TV} prognostiziert mit einer als konstant unterstellten Wachstumsrate g und unter Berücksichtigung des Eigenkapitalkostensatzes wird der Terminal Value TV als ewige Rente errechnet.

$$TV = \frac{CF_{TV}}{r_{EK} - g}$$

Der Marktwert des Eigenkapitals, sprich des Unternehmens, ist die Summe aus den einzelnen diskontierten Periodenbeiträgen für n Perioden, dem abgezinstem Terminal-Value, dem nicht betriebsnotwendigen Vermögen nbV und den liquiden Mitteln lM (vgl. Prexl 2010, 265 und 279-285; Tomaszewski 2000, 14). Für detailliertere Berechnungen siehe Prexl (vgl. 2010, 279-285).

$$V_{EK} = \sum_{t=1}^{n} \frac{(CF_t - Z_t) \cdot (1 - st) - KT_t}{(1 + r_{EK})^t} + \frac{TV}{(1 + r_{EK})^n} + nbV + lM$$

Der **WACC-Ansatz**, oder **Entity-Ansatz**, ist der v.a. international am weitesten verbreitete Bewertungsansatz. Er errechnet als Brutto-Verfahren den Marktwert des Gesamtkapitals, von welchem die zinstragenden Verbindlichkeiten abzuziehen sind, um den Unternehmenswert, d.h. den Marktwert des Eigenkapitals zu erhalten. Die zur Errechnung herangezogenen Zahlungsüberschüsse sind also diejenigen nach Steuern und vor Zinsen und stehen den Ansprüchen aller Kapitalgeber zur Verfügung, sog. Brutto-Cashflow. Dieser Brutto-Cashflow wird mit dem gewichteten Kapitalkostensatz *wacc*, der die durchschnittlichen Kosten aller Kapitalarten darstellt, abgezinst. Erst beim *wacc* geht die Steuerersparnis aus der Abzugsfähigkeit der Fremdkapitalzinsen von der Steuerbemessungsgrundlage ein, da der Fremdkapitalkostensatz dementsprechend gesenkt wird.

$$V_{GK} = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t \cdot (1 - st)}{(1 + wacc)^t} + nbV + lM$$

$$wacc = r_{EK} \cdot \frac{V_{EK}}{V_{GK}} + r_{FK} \cdot (1 - st) \cdot \frac{V_{FK}}{V_{GK}}$$

Der Fremdkapitalkostensatz r_{FK} ergibt sich aus den unterschiedlichen Formen des aufgenommenen Fremdkapitals, wie den Krediten oder Anleihen. Dazu kann man entweder die tatsächlichen Kosten oder die Kosten gemäß aktueller Marktbedingungen zugrunde legen. Die Ermittlung des Eigenkapitalkostensatzes r_{EK} gestaltet sich als schwieriger. Ausgehend von einem risikoaversen Investor verlangt ein Eigenkapitalgeber für sein Risiko einen entsprechenden Aufschlag auf den risikofreien Zinssatz. Üblicherweise wird an dieser Stelle das CAPM (Capital Asset Pricing Model) herangezogen, um diese Mindestrenditeerwartung zu errechnen:

$$r_{EK} = E(r_i) = r_f + \beta_i \cdot [E(r_M) - r_f]$$

Das heißt die erwartete Rendite $E(r_i)$ für Aktie i setzt sich zusammen aus der Rendite r_f der risikofreien Anlage und dem Aufschlag darauf. Der Aufschlag ist das Produkt aus dem spezifischen Risikokoeffizienten β_i und der - um die Rendite risikofreier Anlagen geminderten - erwarteten Rendite des gesamten Aktienmarktes $E(r_M)$. Das unternehmensspezifische Risiko β_i selbst ergibt sich aus der Volatilität der betrachteten Aktie zum Gesamtmarkt:

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{Var(r_M)}$$

Ist $\beta_i < 1$, dann reagiert die Aktie relativ schwach auf Änderungen der Marktrendite und die Renditeerwartungen bleiben so hinter dem Marktdurchschnitt, doch ist die Aktie dann auch mit einem unterdurchschnittlichen Risiko behaftet. Bei einem $\beta_i > 1$ reagiert die Aktie also relativ stark auf Änderungen der Marktrendite und die überdurchschnittlichen Renditeerwartungen gehen mit einem entsprechend überdurchschnittlichen Risiko einher (vgl. Freihube 2001, 58-61).

Der Marktwert des Fremdkapitals errechnet sich aus der Summe der mit dem Fremdkapitalkostensatz diskontierten Zins und Kredittilgungszahlungen. Die Differenz aus dem Marktwert des Gesamt- und Fremdkapitals ergibt den Marktwert des Eigenkapitals.

$$V_{FK} = \sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t + T_t}{(1 + r_{FK})^t}$$

$$V_{EK} = V_{GK} - V_{FK}$$

Dabei fällt das bekannte Zirkularitätsproblem dieses Ansatzes auf, da V_{EK} als Input zur Bestimmung des *wacc* gebraucht wird, jedoch erst als Ergebnis der ganzen Berechnungen erhältlich ist. Das Zirkularitätsproblem wird in der Praxis durch Iteration gelöst, oder durch das Annehmen einer Zielkapitalstruktur umgangen. Wird für die Berechnung des *wacc* der Eigen- und Fremdkapitalanteil festgelegt, so muss der resultierende Marktwert des Gesamtkapitals entweder proportional dazu in den Marktwert des Eigen- und Fremdkapitals aufgeteilt werden, oder der Fremdkapitalanteil wird in gleicher Höhe konstant gehalten. In beiden Fällen ist die resultierende Kapitalstruktur mit der tatsächlichen zu vergleichen und bei signifikanten Abweichungen der *wacc* mit einer zutreffenderen Kapitalstruktur neu zu ermitteln. Für genauere Ausführungen siehe Prexl (vgl. 2010, 246-273) und Tomaszewski (vgl. 2000, 14-16).

Beim **Adjusted Present Value (APV)-Ansatz** wird wie beim WACC-Ansatz erst der Marktwert des Gesamtkapitals ermittelt. Daher zählt dieser Ansatz ebenfalls zu den Brutto-Verfahren. Nur wird die Steuerersparnis an einer anderen Stelle berücksichtigt. Der operative Cashflow nach Steuern wird mit einem Eigenkapitalkostensatz r_{EK^*} nach Steuern, aber ohne Fremdfinanzierung diskontiert, als ob es sich um ein unverschuldetes Unternehmen handelt. Zusammen mit dem nicht betriebsnotwendigen Vermögen und den liquiden Mitteln erhält man den Wert V_{EK^*} des (fiktiv) unverschuldeten Unternehmens.

$$V_{EK^*} = \sum_{1=t}^{n} \frac{CF_t \cdot (1 - st)}{(1 + r_{EK^*})^t} + nbV + lM$$

Zum resultierenden Wert wird der Steuerspareffekt (Tax Shield TS) hinzugezählt, um den Marktwert des Gesamtkapitals zu erhalten. Nach Abzug des Marktwerts des Fremdkapitals erhält man den Unternehmenswert.

$$V_{GK} = V_{EK^*} + TS$$

$$V_{EK} = V_{GK} - V_{FK}$$

Die Ermittlung der Steuerersparnisse TS hängt mit den Annahmen zum Fremdkapital zusammen. Wird ein *fixer* Fremdkapitalbestand über die Zeit angenommen, so errechnet sich sein Wert mittels Division der konstanten Zinszahlung Z durch den Fremdkapitalkostensatz r_{FK}. Das Produkt des Fremdkapitalwerts und des Steuersatzes ergibt den Barwert der periodischen Steuerersparnisse.

$$TS = st \cdot V_{FK} = st \cdot \frac{Z}{r_{FK}}$$

Geht man jedoch von einem *variablen und unsicheren* Fremdkapitalbestand aus, so muss die Steuerersparnis periodisch bestimmt werden. In der Periode t ist der Fremdkapitalbestand bekannt und daher auch die Zinszahlung in $t + 1$ und die damit einhergehende Steuerersparnis. Der Fremdkapitalbestand in $t + 1$ ist jedoch unbekannt und daher die Steuerersparnis in $t + 2$ unsicher und muss mit dem risikofreien Zinsfuß und dem risikobehafteten Zinsfuß diskontiert werden, wobei der risikobehaftete Zinsfuß der Volatilität des Fremdkapitalbestands entspricht. So ergeben sich die periodenspezifischen Zinsfüße $r_{\tilde{t}}$, welche zur Ermittlung des Steuerspareffektes bei variablem und unsicherem Fremdkapitalbestand herangezogen werden:

$$TS = \sum_{t=1}^{n} \frac{st \cdot Z_t}{\prod_{\tilde{t}=1}^{t} (1 + r_{\tilde{t}})}$$

Der Equity-Ansatz und der WACC-Ansatz liefern das gleiche Ergebnis, wenn die angenommene Fremdfinanzierung sich am Unternehmenswert orientiert, d.h. die Kapitalstruktur im Zeitablauf konstant bleibt. Für die Übereinstimmung des Ergebnisses des APV-Ansatzes mit den anderen, müssen außerdem noch die Eigenkapitalkosten vom Verschuldungsgrad abhängen, denn dann unterscheiden sich die Eigenkapitalkosten r_{EK} bei tatsächlicher Finanzierungsstruktur von den r_{EK*} des fiktiv unverschuldeten Unternehmens.

Tabelle 1 vergleicht die vorgestellten DCF-Verfahren anhand der wesentlichen Punkte.

	Equity-Ansatz	**WACC-Ansatz**	**APV-Ansatz**
bewertungs-relevante Zahlungsströme	Freier Cashflow nach Zins- und Steueraufwand (unter Berücksichtigung des Steuervorteils aus anteiliger Fremdfinanzierung)	Freier Cashflow vor Zinsaufwand und nach Steuern (unter Annahme der reinen Eigenfinanzierung)	a) Wie beim WACC-Ansatz b) Separat die periodischen Steuervorteile aus anteiliger Fremdfinanzierung
zu verwendender Diskontierungs-zinssatz	Kapitalisierungszinssatz auf Grundlage der Eigenkapitalkosten bei anteiliger Fremdfinanzierung	Kapitalisierungszinssatz auf Grundlage der durchschnittlich gewichteten Kapitalkosten	a) Kapitalisierungszinssatz auf Grundlage der Eigenkapitalkosten (unter Annahme der reinen Eigenfinanzierung) b) Risikoloser Fremdkapitalzinssatz
Berücksichtigung des Steuervorteils aus anteiliger Fremdfinanzierung	Erfolgt bei der Berechnung der freien Cashflows	Erfolgt bei der Ermittlung des Diskontierungszinssatzes	Wertbeitrag der Finanzierung wird separat ermittelt
Ermittlung des Eigenkapitalwertes	Direkte Ermittlung des Marktwertes des Eigenkapitals	Ermittlung des Unternehmensgesamtwertes, von dem der Wert des Fremdkapitals abgezogen werden muss	Stufenweise Ermittlung des Unternehmensgesamtwertes und Abzug des Fremdkapitalwertes

In Anlehnung an Balz/Arlinghaus (vgl. 2007, 153)

Tabelle 1: Gegenüberstellung der DCF-Ansätze

2.2.2.3 Kritische Würdigung der klassischen Ansätze

Beim **Substanzwertverfahren** wird entweder der Rekonstruktions- oder Liquidationswert des Unternehmens bestimmt. Durch diese Vergangenheitsorientierung fließt die zukünftige Leistungsfähigkeit des Unternehmens nicht in die Bewertung mit ein. Der zentrale Kritikpunkt der Einzelbewertungsverfahren ist jedoch die Nichtbeachtung dessen, dass ein Unternehmer die einzelnen Bestandteile seines Unternehmens in ihrem Zusammenwirken einsetzt, um zukünftige Erträge zu erwirtschaften. Das Zusammenspiel der Unternehmensteile führt zu einem Mehrwert, der in der Bewertung nicht abgebildet wird. Daher eignet sich das Substanzwertverfahren nicht zur Bewertung fortbestehende Unternehmen. Doch selbst bei einer geplanten Zerschlagung des Unternehmens besteht ein Bewertungsproblem der Unternehmensaktiva und -passiva, da die Liquidationserlöse oft schwer bestimmbar sind, wenn keine oder keine liquiden Märkte für sie bestehen (vgl. Koch 1999, 15-16; Tomaszewski 2000, 22; Prexl 2010, 219).

Bei den **Preisfindungsverfahren** wird von bekannten Marktpreisen ähnlicher Unternehmen auf den Wert des Akquisitionszieles geschlossen. Unter der Prämisse, dass die Gesamtheit der Marktteilnehmer den Unternehmenswert am besten schätzen können, hat man somit eine „quasi-objektive" Bewertung. Die Problematik der Informationseffizienz an Kapitalmärkten stellt diese Prämisse jedoch in Frage. Zudem ist auch hier der Fokus auf Vergangenheitswerte gerichtet und für eine zukunftsbezogene Unternehmensbewertung müssten prognostizierte Multiplikatoren bzw. prognostizierte Marktwerte der vergleichbaren Unternehmen generiert werden. Dafür müssten aber aufwendige Umwelt- und Unternehmensanalysen der Vergleichs- und des Zielunternehmens durchgeführt werden, was den Vorzug der Praktikabilität der Multiplikatorverfahren wieder zunichtemachen würde. Weitere Kritikpunkte sind, dass Branchenzugehörigkeit nicht die einzige Erklärungsgröße für Kapitalkosten ist und diversifizierte Unternehmen nicht einer einzigen Branche zugeordnet werden können (vgl. Ballwieser 1991, 58-60). Das wesentliche Problem der Preisfindungsverfahren ist jedoch, dass die Unternehmensspezifika des Zielunternehmens nicht beachtet werden und die individuellen Ziele des Käufers kaum erfasst werden können. Somit ist eine individuelle und unternehmensspezifische Bewertung nicht möglich. Lediglich erste Anhaltspunkte oder obere und untere Schranken für den Unternehmenswert können gewonnen werden.

Bei den anderen im Abschnitt 2.2.2.2 vorgestellten Gesamtbewertungsverfahren handelt es sich um **Kapitalwertmethoden**. Sie sind auf die zukünftige Leistungsfähigkeit des Unternehmens ausgerichtet und zinsen die prognostizierten Ertragswerte auf den Bewertungszeitpunkt ab. Daher wird bei der Bewertung das Zusammenspiel der Unternehmensbestandteile zur Generierung der Rückflüsse berücksichtigt. Erfolgt zudem die Prognostizierung der Ertragswerte unter der Berücksichtigung individueller Ziele des Käufers, kann eine individuelle Unternehmensbewertung sichergestellt werden. Das Abdiskontieren bezieht den Zeitwert des Geldes in die Bewertung ein und dem Risiko, das den Ertragswerten anhaftet, wird durch Risikoprämien im Nenner Rechnung getragen (vgl. Koch 1999, 32; Tomaszewski 2000, 23-24).

Die Probleme der Kapitalwertmethode lassen sich drei Themen zuordnen, nämlich *Prognose zukünftiger Cashflows*, *Ermittlung des Diskontierungsfaktors* und *Berücksichtigung von Flexibilität* im Zusammenhang mit der Investition. Zukünftige **Cashflows und ihre**

Prognose sind auch abhängig von der Unternehmensumwelt, die das Unternehmen nur eingeschränkt beeinflussen kann. Daher sind gründliche Unternehmens- und Umweltanalysen nötig, damit realistische Annahmen gesetzt werden. Zudem müssen die Daten fortwährend auf ihre Plausibilität geprüft werden. Die Ursache für Prognoseunsicherheiten sollte ebenfalls sorgfältig untersucht werden, denn nur, wenn das Prognoseproblem von einem dem Geschäft inhärenten Investitionsrisiko herrührt, darf der Risikozuschlag erhöht werden. Wird die Prognosefähigkeit hingegen von einem Informationsdefizit verursacht, sollten verschiedene Szenarien bei der Bewertung unterstellt werden, um die Unsicherheit zu erfassen, statt den Risikozuschlag zu verändern. Die Prognoseproblematik ist jedoch allen Bewertungsansätzen eigen, die zukünftige Entwicklungen berücksichtigen wollen.

Bei der Ermittlung des **Diskontierungsfaktors** kann entweder ein vom Investor festgesetzter oder ein aus dem Kapitalmarkt abgeleiteter Zuschlag zum risikofreien Zinssatz verwendet werden. Beim ersteren Vorgehen ist die Angemessenheit des Risikozuschlags schwer zu begründen. Bei dem zweiten Verfahren ist man mit den Problemen des CAPM und der Ermittlung des β-Faktors konfrontiert, von welchen hier nur einige zentrale herausgegriffen werden. Das CAPM setzt einen vollständigen Kapitalmarkt im Gleichgewicht voraus. Geht mit dem Akquisitionsziel jedoch eine Marktinnovation einher, so kann mit den am Kapitalmarkt vorhandenen Möglichkeiten der Wert des innovativen Unternehmens (-anteils) nicht ermittelt werden. Weiterhin ist es ein Ein-Perioden-Modell und kann das Unternehmensrisiko nur dann ausreichend abbilden, wenn die Risikoparameter über die Zeit stabil bleiben, d.h. die einst festgelegte Unternehmensstrategie starr verfolgt wird. Zudem geht das CAPM von symmetrischen Risikostrukturen aus, die in der Realität nicht vorliegen müssen, und die z.B. durch Hedging asymmetrisch sein können. Beim β-Faktor ist kritisch anzumerken, dass das vielfältige Unternehmensrisiko nur durch einen einzigen Risikofaktor abgebildet werden soll. Außerdem haben nur börsennotierte Unternehmen einen β-Faktor und für die anderen kann er höchstens näherungsweise abgeleitet werden. Der β-Faktor wird aus vergangenen Daten ermittelt und ist nur beschränkt für Prognosezwecke geeignet (vgl. Freihube 2001, 61-68; Schäfer/Schässburger 2003, 291).

Der wesentlichste Nachteil der Kapitalwertmethode ist jedoch in der **mangelnden Berücksichtigung der strategischen Flexibilität** des Managements zu sehen. Bei der Prognose der Unternehmensrückflüsse wird von einem Szenario ausgegangen, von welchem das Management in Zukunft nicht abweicht, bzw. welches es nicht beeinflussen kann. Dieses Vorgehen kommt daher, dass die DCF-Methode entwickelt worden ist zur Bewertung festverzinslicher Wertpapiere, deren Investoren sich eher passiv verhalten (vgl. Freihube 2001, 67-68). Dieser Nachteil fällt nur dann nicht ins Gewicht, wenn das Zielunternehmen über keine wesentlichen Handlungsspielräume verfügt, oder die Umweltbedingungen überwiegend sicher sind und die Handlungsspielräume vernachlässigbar. In anderen Fällen führen Kapitalwertmethoden zu einer systematischen Unterbewertung des Akquisitionszieles, da Informationsgewinn im Zeitverlauf den Käufer befähigt auf das Unternehmensrisiko und den Cashflow positiv einzuwirken. Bei manchen Zielunternehmen können die Wachstumsmöglichkeiten (sog. Wachstumsoption) so groß sein, dass selbst bei einem leicht negativen Kapitalwert investiert werden sollte, obwohl die Kapitalwertmethode bei negativen Werten von einer Investition abrät. Die Kapitalwertmethode basiert zudem auf der Annahme, dass alle Investitionsentscheidungen „Jetzt-oder-nie-Entscheidungen" sind. Aber es kann ratsam sein trotz positivem Kapitalwert die Investition zu verschieben und zusätzliche Informationen abzuwarten, um der Irreversibilität Rechnung zu tragen und die Unsicherheit im Voraus noch weiter zu verringern. Die Möglichkeit zur Verschiebung der Investition ist eine sogenannte Verzögerungsoption. Auf diese und andere Optionen wird im Abschnitt 2.2.3.4 eingegangen (vgl. Koch 1999, 33-34; Freihube 2001, 67-69).

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Kapitalwertmethode sichere und unsichere Unternehmensrückflüsse bewerten kann, dabei jedoch Handlungs- und Wachstumsspielräume außer Acht lässt. Diese optionsartigen Unternehmenswertbestandteile können durch die Kapitalwertmethode nicht bestimmt werden. Ihre Ermittlung hat getrennt zu erfolgen, d.h. als Zusatz zu dem Unternehmenswert, der auf der Kapitalwertmethode basiert. Dieser Optionswert wird durch den Realoptionsansatz ermittelt, welcher in dem folgenden Unterkapitel vorgestellt wird.

2.2.3 Der Realoptionsansatz

2.2.3.1 Einige Definitionen der Realoption

Eine Realoption ist eine Option, d.h. sie gewährt einem die Möglichkeit zwischen Alternativen zu wählen, was v.a. nach dem Gewinnen zusätzlicher Informationen bedeutsam ist. *„Real"*-Option bedeutet, dass sich dieses Wahlrecht auf reale, vorhandene Dinge bezieht, im Gegensatz zu imaginären Dingen. Investitions- und Budgetentscheidungen in einer Firma etwa erschaffen oder üben Realoptionen aus, verwerfen sie oder lassen sie ungenutzt verfallen. Durch seine Entscheidungen schafft das Management Call- und Putoptionen auf reale Vermögensgegenstände, die das Management mit dem Recht, aber nicht mit der Verpflichtung, ausstatten diese Vermögensgegenstände zum Erreichen ihrer strategischen Ziele einzusetzen (vgl. Brach 2003, 1).

Im Jahr 1977 war es Myers, der als erster den Begriff der Realoption einführte als eine Gelegenheit „reale Vermögensgegenstände zu möglicherweise günstigen Konditionen zu erwerben" (frei übersetzt aus Myers 1977, 163). Eine eher investitionstechnische Definition geben Copeland und Antikarov: „Eine Realoption ist das Recht, aber nicht die Pflicht, zu handeln [...] zu vorbestimmten Kosten, genannt Ausübungspreis, für eine vorbestimmte Zeitdauer" (frei übersetzt aus Copeland/Antikarov 2003, 5).

2.2.3.2 Analogie zu Finanzoptionen

In der Definition einer Realoption nach Copeland und Antikarov ist die Analogie zur Finanzoption offensichtlich, da auch die Finanzoption den Investor berechtigt, aber nicht verpflichtet, einen Vermögenswert zu einem vereinbarten Preis und einem vereinbarten zukünftigen Termin zu kaufen oder zu verkaufen. Die Analogie gilt gemäß Brach (vgl. 2003, 44), Freihube (vgl. 2001, 4-19) und Stellmaszek (vgl. 2010, 13-14) auch für die drei charakterisierenden Eigenschaften, die sowohl eine Finanz- als auch eine Realoption bestimmen, *Flexibilität*, *Unsicherheit* und *Irreversibilität*. **Flexibilität** bedeutet, dass der Investor aus mehreren alternativen Handlungsmöglichkeiten wählen kann, z.B. Option ausüben oder nicht, jetzt ausüben oder hinauszögern und bei Realoptionen im Speziellen, ob die Investition in Phasen erfolgen soll. Dabei sind alle Alternativen mit gewissen **Unsicherheiten** behaftet. Umweltzustände können in die Kategorien sichere und unsichere Zustände eingeteilt werden, wobei die letztere noch die Kategorien risikobehaftete und ungewisse Umweltzustände enthält. In einer *Sicherheitssituation* ist der wahre, in Zukunft eintretende Umweltzustand bekannt. In einer *Risikosituation* kann eine Aktion verschiedene Ergebnisse nach sich ziehen, deren Eintrittswahrscheinlichkeiten bekannt sind. Bei einer *Ungewissheitssituation* gilt das gleiche, doch sind die Eintrittswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Ergebnisse unbekannt. In dieser Arbeit wird die Ungewissheitssituation vernachlässigt, da wenigstens subjektive Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden können. Zudem werden Risiko und Unsicherheit synonym verwendet. Das Risiko kann sowohl die *positive* als auch die *negative Abweichung* vom Erwartungswert darstellen. Weiterhin können Unsicherheiten in *externe*, aus der Unternehmensumwelt kommende, und in *interne*, dem Unternehmen selbst inhärente Risiken unterteilt werden. Die Kosten, die sich schlussendlich aus dem Erschaffen, Halten und Ausüben einer (Real-)Option ergeben, sind wenigstens zum Teil **irreversibel**. D.h. die Korrektur oder die Rückabwicklung einer Investition ist mit Wartezeit und zusätzlichen Kosten verbunden, sonst würde man faktisch kein Risiko eingehen. Irreversibilität rührt oft von der Spezifität einer Investition her. Es gibt *unternehmensspezifische* Investitionen, die nur für ein Unternehmen werttragend sind, wie z.B. Marketingausgaben, oder *branchenspezifische* Investitionen, die nur innerhalb einer Branche einen Wert besitzen, z.B. eine Glasschmelzanlage. Auch gesetzliche oder politische *Rahmenbedingungen* können Investitionen irreversibel machen, wie etwa Arbeitnehmerschutzbestimmungen, die das schnelle Abbauen von Investitionen in Personal verhindern können.

Hilpisch (vgl. 2006, 33) sieht **asymmetrische Cashflows** ebenfalls als eine kennzeichnende Eigenschaft einer Realoption. Asymmetrische Cashflows entstehen, wenn Risiken und Chancen bezüglich der Cashflows nicht symmetrisch verteilt sind. Freihube (vgl. 2001, 19-24) führt dazu aus, dass passive Strategien zum Umgang mit Risiken zu einer symmetrischen Chancen-Risiken-Verteilung führen, jedoch das Ausnutzen von Handlungsspielräumen als aktive Strategie zu einer asymmetrischen. Eine der passiven Strategien ist *Risikomeidung*. Unternehmen investieren in Projekte mit einem stabilen, risikoarmen Rückflussprofil. Das erhöht die Prognosemöglichkeit, senkt aber auch die Chancen wegen mangelnder Dynamik der Investition. Diversifikation ist ebenfalls eine passive Strategie zur Risikoverringerung. Unternehmen investieren in verschiedene Geschäftsfelder, deren Wirtschaftszyklen unterschiedlich verlaufen. So werden nachteilige Marktentwicklungen in manchen Geschäftsbereichen durch positive Marktentwicklungen in anderen Bereichen ausgeglichen. Insgesamt werden so nicht nur die Risiken, sondern auch die Chancen beschränkt. Werden hingegen aktiv *Handlungsspielräume* aufgebaut, kann das Unternehmen flexibel auf seine Umwelt reagieren, indem es sich gegen Risiken schützt und Chancen ergreift.

Ernst/Schneider/Thielen (vgl. 2008, 151-152) fügen der Realoption noch die Eigenschaften Werthaltigkeit und Zweckgebundenheit hinzu. Da nicht alle Handlungsmöglichkeiten werthaltige Optionen eröffnen, müssen Realoptionen demnach auf ihre **Werthaltigkeit** geprüft werden und diese ggf. bewusst geschaffen werden. Außerdem ist jede Realoption auf einen konkreten **Zweck** ausgerichtet, welcher über den Investitions- bzw. Desinvestitionszweck der Ausgangslage hinausgeht und aus welchem die Art der Realoption erkennbar wird. Die Realoptionsarten werden in Abschnitt 2.2.3.4 vorgestellt.

Aus der Analogie zur Finanzoption ergeben sich die einzelnen Werttreiber der Realoption wie in Tabelle 2 dargestellt. Realoptionen können wie Finanzoptionen *europäisch* sein, d.h. eine Ausübung ist nur am Laufzeitende möglich, oder *amerikanisch*, d.h. sie können auch vor Laufzeitende ausgeübt werden. Der Wert des Basisobjekts beinhaltet nur die Bruttorückflüsse aus dem Investitions- bzw. Desinvestitionsvorhaben. Zum Erhalt der Nettorückflüsse wäre der Ausübungspreis, d.h. Barwert der zukünftigen Investitionsausgaben bzw. Desinvestitionseinnahmen noch in Abzug zu bringen (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 257-258).

Die Erhöhung der Laufzeit und der Volatilität erhöht grundsätzlich den Realoptionswert. Bei längerer Laufzeit können Informationsdefizite abgebaut und bessere Entscheidungen getroffen werden, und bei stärkerer Volatilität kann ein flexibles Management Risiken abwehren und hohe Chancen verwirklichen, also entscheiden, ob und wann die Option wertmaximierend ausgeübt wird. Liegt eine Reale Call-Option vor, so erhöhen ein steigender Basiswert oder ein steigender risikofreier Zinssatz, ceteris paribus, auch den Optionswert, da das Basisobjekt wertvoller wird und der Zeitwert der Investitionsverzögerung zunimmt. Steigen hingegen Ausübungspreis oder Dividende, so sinkt, ceteris paribus, der Wert der Call-Option, da die Investitionskosten steigen oder dem Optionshalter mögliche Zahlungsüberschüsse aus dem Projekt entgehen, weil er noch nicht investiert. Bei einer Realen Put-Option hingegen sinkt natürlich der Optionswert, wenn Basiswert oder risikofreier Zinssatz fallen, und steigt der Optionswert, wenn Ausübungspreis und Dividenden steigen. In Bezug auf die letzten beiden Werttreiber ist zu beachten, dass der Optionsinhaber im Besitz des Basisobjekts ist, das er verkaufen möchte. Daher ist es für ihn vorteilhaft, wenn der Ausübungspreis, sprich Verkaufspreis, steigt und er vor der möglichen Veräußerung noch höhere Rückflüsse erhält (vgl. Copeland/Koller/Murrin 2000, 404; Stellmaszek 2010, 23).

Optionsparameter		Aktienoption	Realoption
Wert des Basisobjektes	S	Aktueller Aktienpreis	Barwert zukünftiger Cashflows (brutto) aus (Folge-)Investition bzw. Desinvestition (Call/Put)
Ausübungspreis	K	fixierter Aktienpreis im Optionsvertrag	Barwert zukünftiger Investitionsausgaben bzw. Desinvestitionseinnahmen
Laufzeit	t	Laufzeit laut Optionsvertrag	Zeitraum, in dem (Folge-)Investition bzw. Desinvestition möglich ist
Volatilität	σ	Volatilität des Aktienkurses	Volatilität der Cashflows aus (Folge-)Investition bzw. Desinvestition
Risikoloser Zinssatz	r	Risikoloser Zinssatz	Risikoloser Zinssatz
Wertverlust	δ	Dividenden	Entgangene laufende Erträge aus dem Basisobjekt vor Ausübung der Option

In Anlehnung an Freihube (vgl. 2001, 123), Rams (vgl. 1999, 352) und Stellmaszek (vgl. 2010, 19)

Tabelle 2: Gegenüberstellung der Werttreiber der Aktien- und Realoption

2.2.3.3 Grenzen der Analogie zu Finanzoptionen

Zunächst werden die **konzeptionellen Unterschiede** zwischen Finanz- und Realoptionen nach Freihube (vgl. 2001, 122-124) und Trigeorgis (vgl. 1997, 127-129) beschrieben, danach die daraus resultierenden Ermittlungsschwierigkeiten bei den Werttreibern erläutert. Ein erster beachtenswerter Unterschied zwischen Finanz- und Realoptionen ist, dass das Management bei einer Realoption den Wert des risikobehafteten Basisobjekts, z.B. ein Investitionsprojekt, beeinflussen kann, während es als Investor in Finanzoptionen deren Basiswerte normalerweise nicht beeinflussen kann (vgl. Copeland/Koller/Murrin 2000, 403; Stellmaszek 2010, 23). Weitere gravierende Unterschiede zwischen Finanz- und Realoptionen betreffen die *Exklusivität*, *Handelbarkeit*, den *Verbundcharakter* und die *Veränderlichkeit der Parameter* von Realoptionen. Finanzoptionen gewähren ausschließlich dem Optionshalter das Recht ob und wann er die Option ausübt, Realoptionen jedoch sind **i.d.R. nicht exklusiv**, nur wenn sie z.B. von Patenten oder Lizenzen begleitet sind. Wenn hohe Marktbarrieren andere Wettbewerber eine Zeitlang abhalten, entsteht ebenfalls eine temporäre Exklusivität. Üblicherweise jedoch wird die Realoption von den Wettbewerbern sozusagen „gemeinsam gehalten“ und kann von jedem ausgeübt werden.

Des Weiteren ist für die meisten Realoptionen die **Handelbarkeit** nicht gegeben. Für Finanzoptionen gibt es üblicherweise effiziente Märkte, doch selbst für exklusive Realoptionen, die also an Lizenzen, Patente, Marktbarrieren u.Ä. gebunden sind, gibt es höchstens unvollständige Märkte i.V.m. hohen Transaktionskosten. Nicht exklusive, also „öffentliche“ Realoptionen können nicht gehandelt werden. Das Ausübungsrecht kann man sich nur sichern, wenn man sie als erster ausübt. Dabei geht man jedoch auch ein höheres Risiko ein, da man nicht abwartet, bis sich das Informationsdefizit und somit die Unsicherheit reduzieren.

Bei der Ausübung rührt der Wert einer Finanzoption von ihrem Basisinstrument her. Auch einige Realoptionen erhalten ihren Wert bei Ausübung ausschließlich durch das zu Grunde liegende Projekt. Ein Großteil der Realoptionen stellen jedoch **Verbundoptionen** dar, also Optionen auf Optionen, so dass sie bei Ausübung einem z.B. die Möglichkeit eröffnen Folgeinvestitionen zu tätigen. Verbundoptionen haben strategisch weitreichende Auswirkungen auf ein Unternehmen und werden oft wegen den an sie anschließenden Optionen angestrebt. Ihre Bewertung ist allerdings ungleich komplexer, weil die Folgeoptionen einen erheblichen Anteil an ihrem Wert ausmachen.

Als letzter wichtiger Unterschied ist die **Veränderlichkeit der Parameter** der Realoption zu nennen. z.B. sind Laufzeit und Ausübungspreis bei einer Finanzoption im Voraus vereinbart, aber bei einer Realoption gibt es keinen Optionsvertrag. Daher können sich alle Parameter unablässig ändern, was eine Bewertung zusätzlich erschwert.

Angelehnt an Ernst/Schneider/Thielen (vgl. 2008, 257-260) werden nun die **Ermittlungsschwierigkeiten bei den Werttreibern** der Realoption beschrieben. Sie sind die Auswirkungen der obigen Unterschiede zwischen Real- und Finanzoptionen. Die Beschreibung geschieht in aller Kürze, da die genauere Behandlung des Bewertungsvorgehens im Abschnitt 4.5 erfolgen wird.

Der **Wert des Basisobjekts**, z.B. der Aktienkurs beim Basisobjekt Aktie, kann einfach bestimmt werden, solange das Basisinstrument an der Börse gehandelt wird oder es einen anderen, möglichst liquiden Markt dafür gibt. Bei Finanzoptionen ist dies meistens, bei Realoptionen jedoch nur manchmal der Fall, z.B. bei Realoptionen auf Rohstoffe. Schwierigkeiten treten auf bei nicht gehandelten, oder noch nicht existierenden Basisinstrumenten, wie bei innovativen Projekten. Geht man den Weg der Marktverzicht-Annahme nach Copeland und Antikarov (vgl. 2002, 115-116), d.h. man verzichtet auf den Marktpreis-Ansatz, so kann man entweder die erwarteten Einzahlungsüberschüsse schätzen und diskontieren wie bei der Kapitalwertmethode, oder aber so genannte Comparables suchen, die wie Vergleichsinvestitionen zur Wertbestimmung dienen.

Der **Ausübungspreis** ist bei einer Finanzoption im Voraus bekannt, da er beim Optionskauf festgelegt wird. Bei einer Realoption ist der Ausübungspreis der Barwert der benötigten (Folge-)Investitionskosten bzw. Desinvestitionseinnahmen zum Ausübungszeitpunkt. Wie bei der Bestimmung des Basiswerts, ist auch die Bestimmung des Ausübungspreises problematisch. Die Prognose ist zum einen mit Unsicherheit behaftet, wie etwa bei den klassischerweise schwer prognostizierbaren F&E-Kosten. Zum anderen kann der Ausübungspreis auch erst das Ergebnis zukünftiger Verhandlungen sein. Der Ausübungspreis einer Realoption ist außerdem nicht festgeschrieben, sondern Schwankungen unterworfen, die meist von unterschiedlichen Einflussgrößen hervorgerufen werden.

Im Vertrag einer Finanzoption ist auch ihre **Laufzeit** fixiert. Die Verfallzeit einer Realoption ist nur selten vorgegeben, z.B. durch Patentlaufzeiten. Üblicherweise wird die Laufzeit beeinflusst durch das Unternehmensumfeld, wie den Wettbewerb und technologische Entwicklungen. Als Daumenregel wird bei Unternehmensbewertungen die Länge der Detailplanungsphase, d.h. 3 bis 5 Jahre, als Laufzeit gewählt. In dieser Zeit sollte sich nämlich der Optionsmehrpreis amortisiert haben.

Die größte Herausforderung besteht in der Bestimmung der **Volatilität** der Zahlungsüberschüsse aus dem Basisobjekt. Das gilt bereits bei einer Finanzoption als schwierig und ist bei der Realoption oft kaum möglich, da das Basisinstrument und seine Volatilität vor dem Ausüben der Option häufig nicht existieren. Auf die Möglichkeiten zur Bestimmung wird im Abschnitt 4.5.1 eingegangen.

Der **Risikolose Zinssatz** bestimmt sich bei beiden Optionstypen gleich, weil beide auf dem Prinzip der risikoneutralen Bewertung beruhen. Es ist üblich eine Anleihe von einem Schuldner mit der besten Bonitätswertung, beispielsweise eine Bundesanleihe, zu verwenden mit derselben Laufzeit und in derselben Währung wie die Realoption.

Da evtl. vorhandene Dividenden dem Eigentümer des Basisobjekts zustehen, führt deren Auszahlung zu einem **Wertverlust** der Option für den Optionshalter. Bei einer Finanzoption ist dieser einfach bestimmbar. Im Kontext der Realoption wird der Wertverlust von den Opportunitätskosten der Nichtausübung verursacht. Z.B. können Zahlungsüberschüsse erst generiert werden, wenn die Investition tatsächlich eingegangen wird, d.h. die Option ausgeübt. Bei Realoptionen können auch dem Optionshalter Dividenden zukommen, wenn er z.B. Agrarland besitzt mit Option auf Bauland, welches bis zur Ausübung der Option Erträge einbringt (vgl. Peske 2002, 126). Weiterhin können zukünftige Cashflows gemindert werden, wenn Wettbewerber einem bei einem Pionierprojekt oder beim Einsteigen in einen neuen Markt zuvorkommen. Mögliche Minderungen der Cashflows müssen ebenfalls über die Opportunitätskosten des Abwartens widergespiegelt werden, was sich in der Bewertungspraxis als sehr schwierig gestaltet. Dividenden können das Ausüben vor Laufzeitende der Option sinnvoll machen. Daher sind Realoptionen mit vorzeitiger Ausübungsmöglichkeit und solchen Dividenden zu bewerten wie amerikanische Optionen.

2.2.3.4 Arten von Realoptionen

In der Literatur gibt es vielfältige Kategorisierungen für Realoptionen. Hier sollen drei vorgestellt werden, eine Kategorisierung gemäß ihrer *Eigenschaften*, eine gemäß den *Wert-*

komponenten eines Unternehmens und eine gemäß der *Zwecke* der Realoption. Bei der ersten Kategorisierung geht es um **drei Eigenschaften**. Eine Realoption lässt sich beschreiben als *exklusiv oder kollektiv*, *einfach oder verbunden*, *verfallend oder aufschiebbar*. Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt beschrieben, steht eine exklusive Realoption nur dem Optionshalter zur Verfügung, eine kollektive Realoption allerdings kann von mehreren Wettbewerbern ausgeübt werden. Einfache Realoptionen sind an keine weiteren Projekte gekoppelt, wohingegen Verbundoptionen Zugang zu weiteren Realoptionen eröffnen und ihren Wert z.T. auch aus diesen nachfolgenden Möglichkeiten beziehen. Verfallende Optionen werden nach ihrem Laufzeitende wertlos, aufschiebbare Optionen haben eine theoretisch unbegrenzte Laufzeit (vgl. Koch 1999, 73-76). Die Abbildung 3 zeigt die acht Kategorien, die sich aus der Kombination dieser Eigenschaften ergeben.

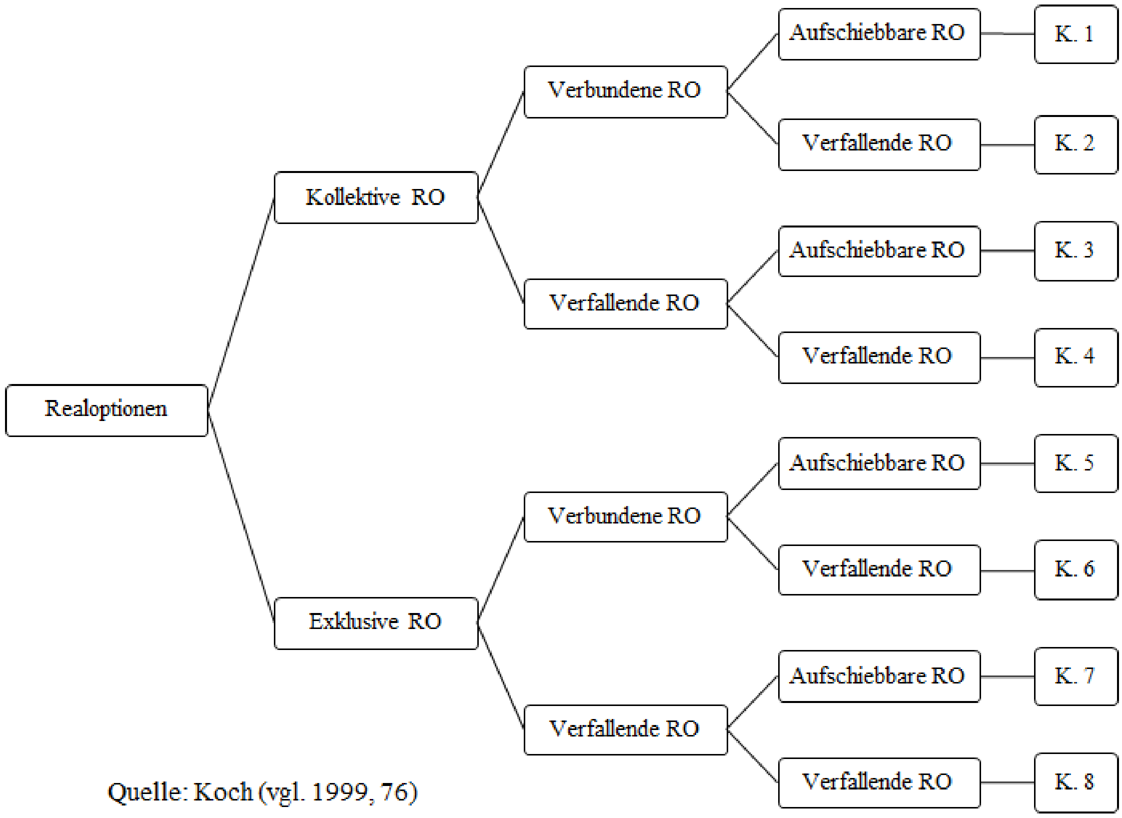
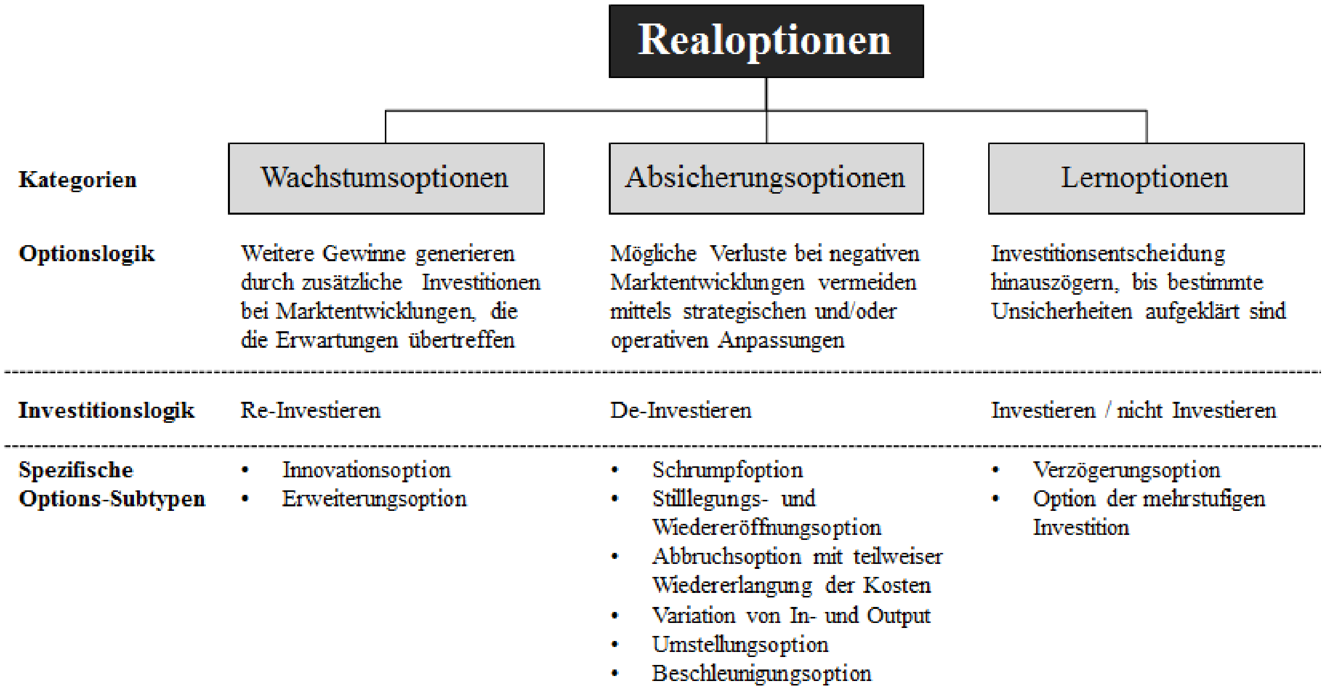


Abbildung 3: Klassifikation von Realoptionen gem. der drei Eigenschaften

Die zweite Klassifizierung ordnet Realoptionen den **Wertkomponenten eines Unternehmens** zu. Zum Leistungsbereich, d.h. der Aktivseite der Bilanz, gehören *strategische* und *operative Realoptionen*, und zum Finanzbereich, also der Passivseite der Bilanz, die *finanzseitigen Realoptionen*. Strategische Optionen gewähren einem Handlungsspielräume für zukünftige Vermögensgegenstände, operative Optionen hingegen für bestehende Vermögensgegenstände. Finanzseitige Optionen ermöglichen Flexibilität bezüglich des

Eigen- und Fremdkapitals (vgl. Koch 1999, 92-94). Die Modellierung der vorliegenden Arbeit beschränkt sich auf die strategischen Realoptionen.

Die letzte vorzustellende Kategorisierung geht nach dem **Zweck** des durch die Realoption ermöglichten Handlungsspielraumes. In der Literatur findet sich eine ganze Reihe von Kategorisierungsvorschlägen gemäß dem Zweck einer Realoption. Hier wird die Systematik von Copeland und Keenan (vgl. 1998, 47-49) verwendet mit Ergänzungen von Stellmaszek (vgl. 2010, 9-13), Freihube (vgl. 1999, 24-34) und Tomaszewski (vgl. 2000, 95). Trigeorgis (vgl. 1997, 2-3), dessen Kategorisierung in der Realoptionsliteratur als Standard angesehen wird (vgl. Brosch 2008, 9-10), benennt sieben Realoptionskategorien. Sie erfassen jedoch nicht alle Realoptionen, v.a. nicht die neu identifizierten, wie die Beschleunigungsoption (vgl. Stellmaszek 2010, 10). Copeland und Keenan schlagen nur drei Realoptionskategorien vor, unter welche sich alle Realoptionstypen von Trigeorgis und auch die in der Literatur kürzlich eingeführten subsummieren lassen. Die drei Kategorien sind Wachstumsoptionen, Absicherungsoptionen und Lernoptionen. Abbildung 4 gibt hierzu einen Überblick.



Quelle: Stellmaszek (vgl. 2010, 11)
Peske (vgl. 2002, 103)

Abbildung 4: Kategorisierung von Realoptionen nach Copeland und Keenan

Die Optionen der Kategorie **Wachstumsoptionen** dienen dazu, dass das Unternehmen Vorteile ziehen kann aus günstigen Marktentwicklungen, welche die Prognoseerwartungen übertreffen. Dies geschieht durch zusätzliche Investitionen, ermöglicht durch die Wachstumsoptionen, zur Erhöhung der eigenen Marktaktivitäten. In diese Kategorie fallen die Innovationsoption und die Erweiterungsoption. Eine *Innovationsoption* liegt vor, wenn aufgrund vorhergehender Ausgaben eine Möglichkeit zur Reinvestition gegeben ist, die z.B. durch Informationszugang getriggert wird. So ermöglicht eine aufgebaute Forschungs- und Entwicklungsabteilung, dass ein F&E-Projekt initiiert werden kann, sobald das Nachfragepotential für ein Produkt groß genug ist und die nachgefragten Produkteigenschaften bekannt sind. Durch eine *Erweiterungsoption* kann eine bestehende Investition erhöht bzw. mit mehr Ressourcen versorgt werden. Beispielsweise kann die Produktion mit einer Erweiterungsoption versehen sein, so dass Produktionskapazitäten erweitert werden können, wenn Marktbedingungen sich günstiger entwickeln als erwartet.

Zur Kategorie der **Absicherungsoptionen** gehören Optionen, mit welchen sich das Unternehmen gegen mögliche Verluste aus negativen Marktentwicklungen schützen kann. Ihr Wert rührt von ihren De-Investitionsmöglichkeiten her. Zu ihnen gehört die Schrumpf- bzw. Konsolidierungsoption, die Stilllegungs- und Wiedereröffnungsoption, die Abbruchsoption mit wenigstens teilweiser Wiedererlangung der Investitionskosten, die Option zur Variation von In- und Output, die Umstellungsoption und die Beschleunigungsoption. Die *Schrumpfoption* ist das Gegenstück zur Erweiterungsoption, da sie erlaubt das Investitionsvolumen zu verkleinern. Die *Stilllegungs- und Wiedereröffnungsoption* ist eine extremere Ausprägung der Schrumpfoption, da sie dem Management das temporäre Anhalten von Geschäftstätigkeiten ermöglicht. Soll das Investitionsprojekt vollständig aufgegeben werden, so kann die *Abbruchsoption* zum Zuge kommen, deren Wert davon abhängt, wie viel der Investitionskosten bei Verkauf des bis dahin umgesetzten Projekts wiedererlangt werden können. Besitzt ein Unternehmen die *Option zur Variation ihres In- und Outputs*, kann es mit dieser Prozessflexibilität das Produktsortiment oder auch die Produktionsfaktoren an die jeweilige Marktsituation anpassen. Ein klassisches Beispiel dafür ist ein flexibles Elektrizitätswerk, das aus verschiedenen Brennstoffen elektrische Energie generieren kann. Ist es möglich das Investitionsvorhaben für alternative Zwecke zu verwenden, so beinhaltet es eine *Umstellungsoption*. Als letzte Absicherungsoption ist die neuere Option in der Literatur, die *Beschleunigungsoption*, zu nennen, die es dem Management gestattet das Investitionsvorhaben zu beschleunigen, wenn z.B. bekannt wird, dass Wettbewerber ähnliche Investitionen tätigen. So kann man sich gegen mögliche Erlöseinbußen absichern, die dadurch entstehen können, dass Wettbewerber dem eigenen Unternehmen mit dem Markteinstieg zuvorkommen.

Schlussendlich kann das Management mit Hilfe der **Lernoptionen** Investitionen hinauszögern, bis kritische Unsicherheiten gelöst werden, z.B. durch Erlangen benötigter Informationen. Dann kann das Management besser entscheiden, ob die Investition getätigt werden soll. Zu diesen Optionen gehört die Verzögerungsoption und die Option der Mehrstufigen Investition. Durch die *Verzögerungsoption* kann das Management das gesamte Investitionsvorhaben hinauszögern. Durch die *Option der Mehrstufigen Investition* wird eine Investition in mehrere Etappen aufgeteilt. So kann das Management nach jeder Etappe neu abschätzen, ob das Projekt noch erfolgsversprechend genug ist, um den nächsten Schritt anzugehen und die nächste Teilinvestition zu tätigen. Das ist z.B. bei der F&E von Medikamenten üblich.

Diese Optionskategorien schließen einander nicht aus, im Gegenteil, in der Realität treten oft Kombinationen dieser Realoptionstypen innerhalb einer Realoption auf. Diese **Komplexen Realoptionen** sind entweder *Verbundoptionen*, d.h. Optionen auf Optionen, die bei ihrer Ausübung wieder eine oder mehrere Realoptionen erschaffen, oder *Multiple Optionen*. Multiple Optionen sind ein Portfolio interdependenter Optionen eines Investitionsvorhabens. Sie können gleichzeitig ausgeübt werden, wie die Beschleunigungsoption und die Innovationsoption, oder sich gegenseitig ausschließen, wie etwa die Abbruchsoption und Erweiterungsoption. Eine dritte Ausprägung der komplexen Realoptionen ist die *Regenbogenoption*. Sie ist nicht eine Option, die mehrere Realoptionsarten in sich vereint, sondern sie unterliegt mehreren Risikoquellen gleichzeitig, z.B. dem Technologierisiko und dem Marktpreisrisiko (vgl. Hilpisch 2006, 66; Stellmaszek 2010, 12-13).

2.2.3.5 Der Zusammenhang zur Strategieplanung - der ROA als Ergänzung zu den klassischen Bewertungsmethoden

In dieser Arbeit wird der Beitrag des Realoptionsansatzes wie in der Literatur (vgl. Bernhard 2000, 22-24; Hilpisch 2006, 38; van Putten 2004, 135-139) als Ergänzung zu den klassischen Unternehmensbewertungsansätzen aufgefasst (s. auch Abschnitt 2.1.4.3). Das DCF-Verfahren wird dabei eingeschätzt als geeignetste Grundlage für die Zwecke dieser Arbeit. Der erweiterte Unternehmenswert setzt sich daher zusammen als Summe aus der DCF-Komponente und dem Wertbeitrag der Realoptionen, d.h. aus dem Barwert einer unterstellten starren Strategie des Investitionsvorhabens NPV_{DCF} und dem Barwert der Realoptionen NPV_{RO}, die in den Handlungsspielräumen des Investitionsvorhabens begründet sind. NPV steht abkürzend für Net Present Value, den bekannten englischen Begriff für Barwert.

$$Unternehmenswert^{*} = NPV_{DCF} + NPV_{RO}$$

Ernst/Schneider/Thielen merken jedoch kritisch an, dass der so erhaltene Unternehmenswert kein absoluter Gesamtwert, sondern ein Wertintervall ist, dessen Untergrenze vom DCF-Wert gesetzt wird und dessen Obergrenze erreicht wird beim Hinzuaddieren des Werts der Realoptionen. Der tatsächliche Unternehmenswert bewegt sich zwischen diesen zwei Grenzen und hängt von der wirklichen Werthaltigkeit der Realoptionen ab (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 311-312).

$$Unternehmenswert \in [NPV_{DCF}; NPV_{DCF} + NPV_{RO}] \tag{1}$$

Bei diesem Bewertungsvorgehen muss strikt darauf geachtet werden, dass die Handlungsmöglichkeiten, die die Basisstrategie ausmachen, nicht auch in die Realoptionsbewertung einfließen, da es sonst zu einer Überbewertung wegen Doppelerfassung kommt. Alle Handlungsspielräume, die jedoch in der Basisstrategie nicht erfasst sind, sind als Realoptionen zu bewerten. Wie im Abschnitt 2.1.4.2 zum Strategieplanungsprozess beschrieben, soll das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Bewertungsmodell helfen in der ersten M&A-Transaktionsphase, der Vorbereitungsphase, die Kandidaten der engeren Wahl in eine Rangfolge zu bringen. Diese Rangfolge wird von einer Grobbewertung bestimmt, die den Wert der Realoptionen der Akquisitionskandidaten enthält. Daher ist zuerst eine eindeutige Festlegung der strategischen Ziele und der Basisstrategie des erwerbenden Unternehmens notwendig, um passende Kandidaten zu finden, mit welchen die Ziele erreicht werden könnten. Daraufhin sind die mit dem potentiellen Zielunternehmen einhergehenden, für das Käuferunternehmen werthaltigen Handlungsmöglichkeiten zu identifizieren oder zu erschaffen und zu bewerten.

2.2.3.6 Kritische Würdigung des Realoptionsansatzes

Das Einbeziehen des Realoptionsansatzes in die Unternehmensbewertung führt dazu, dass die **bewertungsrelevanten Parameter Unsicherheit und Flexibilität explizit in die Bewertung einfließen**. Dadurch bringt die Verwendung des Realoptionsansatzes eine Reihe von Vorteilen. Zum einen wird der Bewerter, wenn er das Zielunternehmen auf Realoptionen hin untersucht, gezwungen sich qualitativ und quantitativ intensiv mit dem Akquisitionskandidaten und seinem Umfeld zu beschäftigen. Die identifizierten Realoptionen müssen sodann explizit bei der Strategieplanung berücksichtigt werden, was dazu führt, dass Risiko nicht nur als Gefahr interpretiert wird, sondern als Unsicherheit, die Gefahren und Chancen bergen kann. Das Management kann sich so bewusst darauf einstellen aus diesen Marktunsicherheiten durch geschicktes Einsetzen der Realoptionen für das Unternehmen Vorteile zu ziehen und weitere Handlungsfreiräume sichern. So avanciert der Realoptionsansatz von der alleinigen Unternehmensbewertung zur Managementphilosophie, indem es Handlungsflexibilitäten sichtbar macht und Investitionsbewertung eng an die flexible Strategieplanung koppelt. Doch nicht nur die Akteure der strategischen Ebene, sondern auch diejenigen der taktischen und operativen Ebenen können so für Marktunsicherheiten und adäquaten Umgang mit diesen sensibilisiert werden. So kann die Prozessgestaltung auf allen Ebenen mit den erforderlichen Aktions- und Reaktionsfreiräumen ausgestattet werden. Durch den Realoptionsansatz also werden Unsicherheit und Realoptionen eines Unternehmens und seines Umfelds in einem dreistufigen Führungszyklus identifiziert, bewertet und gemanagt (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 309-310).

Neben diesen aufgeführten Vorzügen des Realoptionsansatzes lassen sich auch etliche Kritikpunkte nennen. Der grundlegendste Kritikpunkt bezieht sich auf die **Annahme des vollkommenen Kapitalmarktes**, der erforderlich ist für das Bilden des Duplikationsportfolios zur Optionsbewertung. Bei Finanzoptionen ist das Bilden des Duplikationsportfolios prinzipiell durch das Basisinstrument und Kreditaufnahme möglich. Die Duplizierbarkeit eines Objekts wird auch als „Spanning-Eigenschaft“ bezeichnet. Bei Realoptionen gibt es für das Basisinstrument meistens keinen organisierten Markt, oder das Instrument selbst existiert noch nicht, d.h. die Spanning-Eigenschaft liegt nicht vor. Soll also ein nicht börsennotiertes Unternehmen oder ein Unternehmen mit einem innovativen Anteil bewertet werden, so ist dies nur unter Vorbehalt möglich, v.a. wenn keine börsennotierten Unternehmen mit dem Akquisitionskandidaten vergleichbar sind. Das weithin anerkannte DCF-Verfahren in Verbindung mit dem CAPM basiert allerdings auch auf der Annahme des vollkommenen Kapitalmarktes und verletzt diese, wenn es solche Unternehmen bewertet. Im Zuge der DCF-Bewertung soll nämlich mit Hilfe des CAPM der angemessene Diskontierungszinssatz für die prognostizierten Cashflows ermittelt werden. Das CAPM geht dabei von der Annahme aus, dass es ein Finanzinstrument auf dem Kapitalmarkt gibt mit der gleichen Risikostruktur wie die Cashflows des Unternehmens, also dass der Kapitalmarkt vollständig ist. Da bei der Bewertung der Realoptionsansatz mit dem DCF-Verfahren kombiniert wird, müssen identische Modellprämissen vorliegen. Daher ist diese Fundamentalkritik nicht eine Kritik am Realoptionsansatz an sich, sondern an allen kapitalmarktbasierten Bewertungsmethoden, wenn sie auf nicht gehandelte Bewertungsobjekte angewendet werden (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 310; Freihube 2001, Koch 1999, 76-80). Wie mit dieser Problematik umgegangen werden kann, wird in den Abschnitten 4.4 und 4.5.1 behandelt.

Die anderen Kritikpunkte zielen auf das Realoptionsverfahren selbst ab. Als erheblicher Nachteil wird die **praktische Umsetzbarkeit** gesehen (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 310-313; Hofbauer 2011, 53-55). Zum einen geht der Aufwand der Datenbeschaffung deutlich über den für das DCF-Verfahren hinaus, da für die Identifikation einer Realoption, d.h. einer Handlungsmöglichkeit, und sodann für alle ihre Werttreiber umfassende Unternehmens- und Marktanalysen erforderlich sind (vgl. Peske 2002, 121). Zum anderen ist die Beherrschung komplexer Optionspreismodelle vonnöten, die nicht ganz so intuitiv verständlich sind wie das DCF-Verfahren. Außerdem sind manche Realoptionspreismodelle in Teilen intransparent. Das verlangt eine noch intensivere Auseinandersetzung mit diesen Modellen seitens des Anwenders, so dass er stets nachvollziehen kann, was mit den Inputparametern geschieht. Bei einer „Black-Box“-Verwendung steigt die Fehleranfälligkeit und das Risiko zu Fehlbewertungen (vgl. Bonduelle/Schmoldt/Scholich 2003, 9-10). Wie im Abschnitt 2.2.3.3 dargestellt, wird die Komplexität der Optionspreismodelle bei den Realoptionen noch dadurch verschärft, dass keiner der Parameterwerte vertraglich fixiert ist, wie die meisten Parameter der Finanzoptionen, sondern im Zeitablauf schwanken können. Daher müssten die Werttreiber selbst zur besseren Erfassung der Unsicherheit ebenfalls modelliert werden und nicht als fixe Werte, sondern z.B. als Zufallspfade in die Optionsbewertung eingehen. Eine signifikante Zunahme der Komplexität wird zusätzlich bei den komplexen Realoptionen erkennbar, d.h. bei den Verbundoptionen, den interdependenten Realoptionen und den Regenbogenoptionen, siehe auch Abschnitt 2.2.3.4. In Anbetracht des erforderlichen Aufwands muss der Nutzen der Realoptionsbewertung vorab erwogen werden. Erst sollte klar sein, ob Realoptionen vorliegen, die den Unternehmenswert signifikant beeinflussen und dann muss festgelegt werden, welcher Genauigkeitsgrad bei der vorliegenden Bewertung sinnvoll ist. Es ist allerdings einleuchtend, dass im Vergleich zu einer rein starren Bewertung die Berücksichtigung von Handlungsfreiräumen eine Bewertung näher an die realen Gegebenheiten heranbringt. Die Wirklichkeit ist jedoch meist komplex und unsicher. Genau das versucht man mit dem Realoptionsansatz nachzubilden. Auch wenn mit fortschreitender Forschung das Vorgehen z.T. standardisiert und vereinfacht werden kann und werden sollte, wird es nicht zu einem einfachen Verfahren werden.

Ein weiterer wichtiger Vorbehalt gegen den Realoptionsansatz hängt ebenso eng mit seinem komplexen Charakter zusammen. Es wird befürchtet, dass der Ansatz wegen seiner schwierigen Nachvollziehbarkeit dazu missbraucht werden könnte, den Wert eines Unternehmens künstlich zu erhöhen bzw. mit wissenschaftlichen Belegen einen überhöhten Kaufpreis zu rechtfertigen. Diesem großen **Missbrauchspotential** sollte begegnet werden mit umsichtiger Herangehensweise und dem beständigen Hinterfragen getroffener Annahmen und erzielter Ergebnisse. Zudem sollte der Zusammenhang zwischen dem DCF-Wert und Realoptionswert des Unternehmens berücksichtigt werden, der in Abschnitt 2.2.3.5 dargestellt wurde. Die Summe aus dem DCF-Anteil und Realoptionsanteil eines Unternehmenswerts bildet nicht unbedingt den tatsächlichen Gesamtwert, sondern zeigt die obere Wertschranke auf. Sie wird nur erreicht, wenn alle berücksichtigten Realoptionen tatsächlich so werthaltig sind, wie bei der Bewertung unterstellt (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 313; Hofbauer 2011, 54-55).

Durch die Kritikpunkte wurde ersichtlich, dass Forschungsbedarf besteht, um methodische Verbesserungen zu erreichen, damit die Bewertung mit Realoptionen transparenter wird und an geeigneten Stellen vereinfachende Standardisierungen eingeführt werden. Zudem sollte der Realoptionsansatz insgesamt umsichtig eingesetzt werden. Doch ist nachdrücklich darauf hinzuweisen, dass der Realoptionsansatz einen wichtigen Beitrag zur Unternehmensbewertung leisten kann. Wie am Anfang dieses Abschnitts beschrieben, geschieht das durch die explizite Berücksichtigung und Untersuchung von Handlungsmöglichkeiten und deren fundierte Einbeziehung in die Bewertung. Fallen die Praktikabilitätserwägungen also positiv aus, so steht dem Einsatz von Realoptionsmodellen für die Unternehmensbewertung, bei Beachtung der dargestellten Modellrestriktionen, prinzipiell nichts im Wege.

3 Mathematische Grundlagen der Realoptionsbewertung

3.1 Zentrale Definitionen

Zu Beginn dieses Kapitels werden die wesentlichen Begriffe für den Gebrauch in der vorliegenden Arbeit definiert.

Definition 1 (Finanzoption) *Eine* Finanzoption *ist ein Vertrag, der zwischen dem Schreiber bzw. Stillhalter der Option und dem Optionserwerber zustande kommt. Sie gewährt dem Optionserwerber gegen Zahlung der Optionsprämie das Recht, aber nicht die Pflicht, eine bestimmte Menge eines Gutes oder eine bestimmte Anzahl von Finanzkontrakten (Basisinstrument) zu einem vertraglich fixierten Preis (Ausübungspreis) am Ende der festgelegten Laufzeit (europäische Option) bzw. während der festgelegten Laufzeit (amerikanische Option) bzw. zu bestimmten Zeitpunkten während der Laufzeit (Bermuda-Option) zu kaufen (Kauf- bzw. Call-Option) bzw. zu verkaufen (Verkaufs- bzw. Put-Option). Der Wert S des Basisinstruments ist unsicher im Zeitablauf.*

Analog dazu kann eine Realoption definiert werden. Folgende Definition ist für die meisten Anwendungszwecke ausreichend (vgl. Hilpisch 2006, 32).

Definition 2 (Realoption I) *Eine* Realoption *gewährt das Recht, aber nicht die Pflicht, während eines Zeitraumes (amerikanisch) oder am Ende eines Zeitraumes (europäisch) oder an mehreren Zeitpunkten (Reale Bermuda-Option) gegen Zahlung (Reale Call-Option) bzw. Erhalt (Reale Put-Option) eines im Zeitablauf unsicheren Betrages X (Ausübungspreis) ein Investitionsprojekt (Basisinstrument) zu implementieren bzw. zu beenden, dessen Projektwert S im Zeitablauf unsicher ist.*

Wie zu Beginn des Abschnitts 2.2.3.2 ausgeführt, werden Optionen gekennzeichnet durch Unsicherheit, Flexibilität, Irreversibilität und asymmetrische Cashflows. Für Realoptionen ist dies in einem ausgeprägteren Maße der Fall. Daher ist für manche Zwecke diese alternative Definition von Realoptionen vorteilhaft (vgl. Hilpisch 2006, 33):

Definition 3 (Realoption II) *Eine* Realoption *gewährt ein Entscheidungs- und Wahlrecht, welches ex ante charakterisiert ist durch (i) Unsicherheit, (ii) Flexibilität, (iii) Irreversibilität und (iv) asymmetrische Cashflows.*

Die Realoptionsbewertung bzw. der Realoptionsansatz verwendet Verfahren zur Optionsbewertung als Grundlage für das Treffen von Investitionsentscheidungen. D.h. dass Bewertungsverfahren, die für Finanzinstrumente entwickelt worden sind, angepasst und auf Handlungsflexibilitäten in Bezug auf reale Güter übertragen werden. Hilpisch (2006, 33) definiert daher den Realoptionsansatz treffend als:

„**Definition 4 (ROA)** *Der* Realoptionsansatz (ROA) *umfasst alle finanzmathematischen und ökonomischen Verfahren und Methoden, um Realoptionen anforderungsgerecht bewerten und korrekte Entscheidungen im Zusammenhang mit ihnen treffen zu können.*“

Mit korrekten Entscheidungen ist z.B. das Ableiten optimaler Strategien aus der Bewertung der Realoptionen gemeint. Die drei grundlegenden Strategien sind Erweitern oder Einschränken von Investitions- und Marktaktivitäten, oder das Verzögern dieser Aktivitäten. Wachstumsoptionen, Absicherungsoptionen und Lernoptionen repräsentieren diese drei Strategietypen.

Ein weiterer wichtiger Begriff ist das Risiko. Gemäß Abschnitt 2.2.3.2 wird Risiko in dieser Arbeit folgendermaßen definiert:

Definition 5 (Risiko) *Das* Risiko *ist sowohl die positive als auch die negative Abweichung vom Erwartungswert. Weiterhin können Risiken externe, aus der Unternehmensumwelt kommende, und interne, dem Unternehmen selbst inhärente Risiken darstellen.*

3.2 Bewertungsmodelle für Realoptionen

3.2.1 Verschiedene Methoden zur Realoptionsbewertung im Überblick

Der folgende Überblick soll die Einordnung des später verwendeten Bewertungsmodells erleichtern. Die Ausführungen lehnen sich an Baecker/Hommel/Lehmann (vgl. Baecker/Hommel/Lehmann 2003, 25-31) und Stellmaszek (vgl. 2010, 21-22) an. Wie Abbildung 5 zeigt, gibt es eine Reihe von Methoden zur Realoptionsbewertung. Sie werden grundsätzlich in *analytische* und *numerische* Verfahren aufgeteilt. Zu den **analytischen Verfahren** zählen die *geschlossenen Lösungen*, die eine allgemeingültige Bewertungsformel für spezifische Probleme angeben. Dies ist jedoch nur bei sehr simplen Realoptionen möglich. Komplexere Realoptionen werden durch *analytische Näherungsverfahren* angegangen, welche geschlossene Lösungen für Näherungen des ursprünglichen Problems liefern. Analytische Näherungsverfahren lösen also die partielle Differentialgleichung, die näherungsweise die Wertentwicklung der Realoption beschreibt.

Zu den **numerischen Verfahren** gehören ebenfalls Approximationsverfahren für solche partiellen Differentialgleichungen, aber auch Approximationsmethoden des stochastischen Prozesses einer Realoption und ergänzende Verfahren. Die *numerische Approximation der partiellen Differentialgleichungen*, welche die Wertentwicklung einer Realoption charakterisieren, erfolgt durch ihre diskreten Äquivalente. Die bekannten Methoden der finiten Elemente und finiten Differenzen werden hierfür eingesetzt. Der Fokus dieser Arbeit liegt jedoch auf den numerischen Verfahren zur *Approximation des stochastischen Prozesses* des Basisinstruments. Sie sind relativ anschaulich und können außerdem komplexe Realoptionen beschreiben, für welche das Aufstellen partieller Differentialgleichungen kaum möglich ist. Unter diese Verfahren fallen die Monte-Carlo-Simulation, die Markov-Ketten und die Optionspreisbäume.

Die *alternativen und ergänzenden Verfahren* schlagen eine Brücke zwischen den Realoptionen und anderen Wissenschaftsbereichen. Einen völlig neuen Bewertungsansatz bieten etwa die neuronalen Netze und einen erweiterten Bewertungsansatz stellen z.B. die spieltheoretischen Modelle zur Berücksichtigung von Wettbewerb dar. Mit den alternativen und ergänzenden Verfahren versucht man auch Modellerweiterungen zu erreichen durch Relaxierung von Modellprämissen, wie etwa Optionsbewertung bei unvollständigen Märkten (vgl. Baecker/Hommel/Lehmann 2003, 30-31).

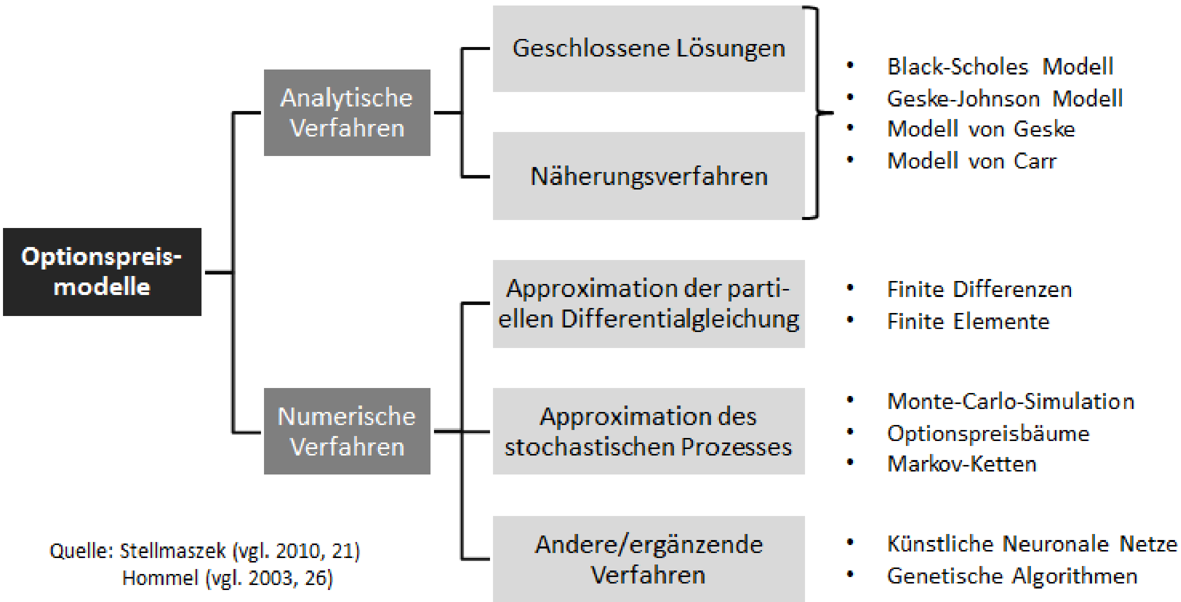


Abbildung 5: Optionspreismodelle im Überblick

3.2.2 Zufallsprozesse und das Lemma von Itô

3.2.2.1 Einführung in die Zufallsprozesse

Vor der Darstellung ausgewählter Optionspreismodelle ist eine Einführung von Zufallsprozessen notwendig, da diese bei den im Folgenden vorgestellten Verfahren zum Einsatz kommen. Die Zufallsprozesse werden v.a. in Abschnitt 4.5.1 für die Modellierung der einzelnen Werttreiber einer Realoption herangezogen. Für die Definition von Zufallsprozessen, auch stochastische Prozesse genannt, werden noch einige Begriffe aus der Stochastik gebraucht. Die Definitionen 6 bis 10 lehnen sich an das Vorlesungsskript von Christmann an (vgl. 2008, 10-21).

Definition 6 (σ-Algebra) *Ein Mengensystem $\mathcal{A} \subset 2^{\Omega}$ heißt* σ-Algebra, *wenn*
1) $\Omega \in \mathcal{A}$.
2) Wenn $A \in \mathcal{A}$, so folgt: $(\Omega \backslash A) \in \mathcal{A}$.
3) Wenn $A_n \in \mathcal{A}(n \in \mathbb{N})$, so folgt: $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{A}$.

Definition 7 (Messraum) *Sei Ω eine Menge. Sei $\mathcal{A}$ eine σ-Algebra auf Ω. Dann heißt* $(\Omega, \mathcal{A})$ Messraum *oder* messbarer Raum.

Definition 8 (Maßraum) *Sei $(\Omega, \mathcal{A})$ ein messbarer Raum. Dann heißt $\mathbb{P} : \mathcal{A} \to [0, \infty]$ ein* Maß *auf $\mathcal{A}$, wenn*
1) $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
2) $\mathbb{P}$ σ-additiv, d.h. für $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{A}$ mit $A_n \cap A_m = \emptyset$ $(n \neq m)$ gilt

$$\mathbb{P}(\cup_{n \in \mathbb{N}} A_n) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(A_n)$$

und $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ heißt Maßraum.

Definition 9 (Wahrscheinlichkeitsmaß, Wahrscheinlichkeitsraum) *Sei $(\Omega, \mathcal{A})$ ein messbarer Raum. (a) Ein Maß $\mathbb{P} : \mathcal{A} \to [0, \infty]$ heißt* Wahrscheinlichkeitsmaß, *wenn $\mathbb{P}(\Omega) = 1$. (b) Ein Maßraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ heißt* Wahrscheinlichkeitsraum, *wenn $\mathbb{P}$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist* (vgl. Bauer 2002, 4).

Definition 10 (Zufallsvariable) *Gegeben seien zwei messbare Räume $(\Omega_1, \mathcal{A}_1)$ und $(\Omega_2, \mathcal{A}_2)$. Eine Funktion $X : \Omega_1 \to \Omega_2$ heißt* messbare Funktion *oder* Zufallsvariable, *wenn*

$$X^{-1}(A_2) := \{\omega \in \Omega_1 | X(\omega) \in A_2\} \in \mathcal{A} \forall A_2 \in \mathcal{A}_2.$$

Eine Zufallsvariable, bzw. eine messbare Funktion, ist also eine Abbildung aus einem messbaren Raum, d.h. einer Menge mit einer auf ihr definierten σ-Algebra, in einen anderen messbaren Raum (vgl. Bauer 2002, 14; Kallenberg 2002, 47; Jacod/Protter 2000, 21). Der Ausgangsraum Ω_1 ist ein Ereignisraum, der die Menge aller möglichen Umweltzustände ω enthält (vgl. Krostewitz 2008, 186). Der Zielraum kann der Raum der reellen Zahlen sein, was von manchen sogar für die konkrete Bezeichnung „Zufallsvariable" vorausgesetzt wird (vgl. Kallenberg 2002, 47). Eine griffige Beschreibung des Begriffs Zufallsvariable findet sich bei Jacod/Protter: „A random variable X [...] is defined to be a function from Ω into a set T. A random variable represents an unknown quantity (hence the term variable) that varies not as a variable in an algebraic relation (such as $x^2 - 9 = 0$), but rather varies with the outcome of a random event. Before the random event, we know which values X could possibly assume, but we do not know which one it will take until the random event happens" (2000, 21).

Definition 11 (Zufallsprozess) *Sei $t \in \mathbb{R}$ oder $t \in T = \{t_0,\ t_1, \dots\}$. Ein* Zufallsprozess *bzw.* stochastischer Prozess *ist eine Funktion $X : \mathbb{R} \times \Omega \to \mathbb{R}$ für $t \in \mathbb{R}$, oder $X : T \times \Omega \to \mathbb{R}$ für $t \in T$, die für jedes feste t eine Zufallsvariable $X(t, \cdot) : \Omega \to \mathbb{R}$*

darstellt, wobei für alle t der gleiche Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *zu Grunde liegt* (vgl. Grüne 2010, 25-26).

Ein Zufallsprozess ist also eine Menge von Zufallsvariablen, welche ein Elementarereignis $\omega \in \Omega$ in einen Raum (Wertemenge in $\mathbb{R}$) zu einem bestimmten Zeitpunkt t (Parametermenge aus $\mathbb{R}$ oder T) abbildet. Dixit/Pindyck beschreiben einen stochastischen Prozess als eine Variable, deren Veränderung in der Zeit zumindest zum Teil zufällig ist. Zudem geben sie eine Definition für Zufallsprozesse aus einem anderen Blickwinkel: „a stochastic process is defined by a probability law for the evolution x_t of a variable x over time t. Thus, for given times $t_1 < t_2 < t_3$, etc., we are given, or can calculate, the probability that the corresponding values x_1, x_2, x_3, etc., lie in some specified range, for example $prob(a_1 < x_1 \leq b_1, a_2 < x_2 \leq b_2, \ldots)$. When time t_1 arrives and we observe the actual value x_1, we can condition the probability of future events on this information" (1994, 60).

Zufallsprozesse können gemäß ihrer Eigenschaften kategorisiert werden. Kann die Zufallsvariable nur diskrete Werte annehmen, handelt es sich um einen *zustandsdiskreten* Zufallsprozess, sonst um einen *zustandskontinuierlichen*. Auch bezüglich des Zeitindex kann der Zufallsprozess *zeitdiskret* sein, wenn t nur diskrete Werte annehmen kann, oder *zeitkontinuierlich* sein, wenn der Zeitindex sich kontinuierlich entwickelt. Stochastische Prozesse werden zudem danach unterschieden, ob sie stationär sind oder nicht-stationär. Die statistischen Eigenschaften, wie Erwartungswert und Volatilität, *stationärer* Prozesse sind über lange Zeiträume konstant, wie bei dem Mean Reverting Prozess aus Abschnitt 3.2.2.3.3. Bei *nicht-stationären* Prozessen hingegen können Erwartungswert und Volatilität unbegrenzt wachsen (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 60-61).

Die Zufallsprozesse, die in dieser Arbeit zur Anwendung kommen, sind ausnahmslos Markov Prozesse. Markov Prozesse erfüllen die Markov Eigenschaft, die besagt, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X_{t+1} nur von X_t abhängt und nicht auch von den Ereignissen vor t (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 62-63). Diese Eigenschaft ist konform mit der schwachen Informationseffizienz auf Kapitalmärkten, bei der öffentliche Informationen bereits in den Kursen der Wertpapiere enthalten sind und nur noch aktuelle Informationen für die zukünftige Entwicklung von Wertpapierkursen relevant sind (vgl. Koch 2000, 67). Formal können Markov Prozesse so definiert werden (vgl. Bernhard 2000, XXII):

Definition 12 (Markov Prozess) *Ein Zufallsprozess X heißt* Markov Prozess, *wenn für die Realisierungen $c_0, c_1, \ldots, c_n$ zu den Zeitpunkten $0 \leq t_0 < t_1 < \ldots < t_n, n \in \mathbb{N}$ folgende Beziehung gilt:*

$$\mathbb{P}[X(t_n) = c_n | X(t_0) = c_0, X(t_1) = c_1, \ldots, X(t_{n-1}) = c_{n-1}] =$$
$$\mathbb{P}[X(t_n) = c_n | X(t_{n-1}) = c_{n-1}]$$

Grundsätzlich werden drei Arten von stochastischen Markov-Prozessen unterschieden, *Diffusionsprozesse* (s. Abschnitt 3.2.2.3), *Sprungprozesse* (s. Abschnitt 3.2.2.4) und *gemischte Sprung-Diffusionsprozesse* (s. Abschnitt 3.2.2.5). Diffusionsprozesse können als sogenannte arithmetische oder geometrische Diffusionsprozesse auftreten. Um den Zusammenhang zwischen der arithmetischen und geometrischen Form eines Zufallsprozesses und auch den Zusammenhang zwischen Diffusions- und Sprungprozessen aufzuzeigen, verwendet man das Lemma von Itô, welches im nächsten Abschnitt heuristisch hergeleitet wird.

3.2.2.2 Der Wiener Prozess und das Lemma von Itô

Die heuristische Herleitung des Lemmas von Itô folgt den Ausführungen von Dixit/Pindyck (vgl. 1994, 63-81) und Grüne (vgl. 2010, 25-32). Erst wird der Wiener Prozess als einfachster Zufallsprozess mit der Markov-Eigenschaft definiert. Der *Wiener Prozess* wurde vom US-amerikanischen Mathematiker Norbert Wiener als mathematische Beschreibung der Brown'schen Bewegung eingeführt. Die *Brown'sche Bewegung* beschreibt die durch den englischen Botaniker Robert Brown entdeckte zitternde Bewegung von Partikeln, die sich in einer Flüssigkeit befinden (vgl. Amend 2000, 95; Grüne 2010, 26).

Definition 13 (Wiener Prozess) *Ein Zufallsprozess $W(t)$ ist ein* Wiener Prozess, *wenn er folgende Eigenschaften erfüllt:*

1. *Für die Inkremente des Wiener Prozesses gilt:*
$$dW = \epsilon_t \sqrt{dt} \tag{2}$$
mit normalverteilter Zufallsvariable ϵ_t mit Erwartungswert $E(\epsilon_t) = 0$ und Varianz $Var(\epsilon_t) = 1$, d.h. $E(W(t)) = 0$ und $Var(W(t)) = t$.

2. *Für $t_1 \geq t_0 \geq 0$, d.h. $\Delta t = t_1 - t_0$, sind die Inkremente $W(t_1) - W(t_0) = \Delta W$ normalverteilte Zufallsvariablen mit $E(\Delta W) = 0$ und $Var(\Delta W) = t_1 - t_0$, d.h. ihre Varianz steigt linear im Zeitablauf.*

3. *Die Zufallsvariable ϵ_t ist nicht autokorreliert, d.h. für $t \neq s$ gilt $E(\epsilon_t \epsilon_s) = 0$. Also sind die Inkremente nicht überlappender Zeitintervalle von $W(t)$ unabhängige Zufallsvariablen (Markov-Eigenschaft).*

Aufbauend auf dem Wiener Prozess werden die anderen Diffusionsprozesse in 3.2.2.3 eingeführt. Dazu wird die Gleichung (2) unter anderem generalisiert zu

$$dX(t) = a(t, X(t))\ dt + b(t, X(t))\ dW_t \tag{3}$$

mit dW_t Inkrement eines Wiener Prozesses ($W(t) := W_t$) und $a(t, X(t))$, $b(t, X(t))$ bekannte, nicht zufällige Funktionen. Dabei wird $a(t, X(t))$ der Trend- bzw. Driftkoeffizient genannt und $b(t, X(t))$ der Varianzkoeffizient und sie sind abhängig von der Zeit t und dem aktuellen Zustand $X(t)$. Die Differentialgleichung (3) ist eine *Itô-stochastische Differentialgleichung* (Itô-SDG).

Die Problematik in der Verwendung eines solchen Zufallsprozesses liegt darin, dass ein Pfad $W(t, \omega)$, $\omega \in \Omega$, eines Wiener Prozesses zwar fast sicher stetig ist in t, aber auch fast sicher nirgendwo differenzierbar. Möchte man also eine stochastische Differentialgleichung aufstellen, deren Lösung der Wiener Prozess ist, z.B.:

$$\frac{d}{dt}X(t) = \frac{d}{dt}W(t) \tag{4}$$

mit Anfangsbedingung $X_0 = W(0)$ zur Anfangszeit $t_0 = 0$, so ist nicht klar, was unter „$\frac{d}{dt}W(t)$" zu verstehen ist (vgl. Grüne 2010, 26). Notiert man die Gleichung (4) in Integralschreibweise:

$$X(t) = X_0 + \int_0^t \frac{d}{d\tau}W(\tau)\ d\tau\ ,$$

so ist immer noch nicht klar, was „$\frac{d}{dt}W(t)$" ist. Hierfür wird das stochastische Integral von Itô benötigt, welches wohldefiniert ist (trotz Nicht-Existenz von $\frac{d}{dt}W(t)$) und das gewünschte Ergebnis liefert ($X(t) = W(t)$). Mit seiner Hilfe lässt sich Gleichung (3) mathematisch verständlich schreiben als:

$$X(t) = X(t_0) + \int_{t_0}^t a(\tau, X(\tau))d\tau + \int_{t_0}^t b(\tau, X(\tau))dW_\tau \tag{5}$$

mit der in der Literatur üblichen Kurzschreibweise:

$$\int_0^t dW_\tau := \int_0^t \frac{d}{d\tau}W(\tau)\ d\tau$$

Das erste Integral der Gleichung (5) ist ein gewöhnliches Integral und das zweite ein Itô-Integral. Für eine Herleitung des Itô-Integrals siehe Grüne (vgl. 2010, 27-30).

Zur Optionsbewertung und zum Rechnen mit dem Itô-Integral wird das Lemma von Itô benötigt, welches oft auch als stochastische Verallgemeinerung der Kettenregel bezeichnet wird. Dazu folge $X(t)$ dem obigen Prozess aus Gleichung (3) und es gebe eine Funktion $F(t) = h(t, X(t))$, welche mindestens zweimal in $X(t)$ und einmal in t differenzierbar ist. Das totale Differential dF dieser Funktion entspricht bei deterministischen Differentialgleichungen (DGL) den Termen der ersten Ordnung ihrer Taylorentwicklung. Da es sich hier um eine stochastische DGL handelt, sollen die Terme höherer Ordnung zunächst hinzugenommen werden:

$$dF = \frac{\partial h}{\partial t}\ dt + \frac{\partial h}{\partial x}\ dX(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\ (dX(t))^2 + \frac{1}{6}\frac{\partial^3 h}{\partial x^3}\ (dX(t))^3 + \cdots\ . \tag{6}$$

Bei deterministischen DGL verschwinden alle Terme mit Ordnung größer als eins im Limit, so dass sich die Ableitung gemäß der klassischen Kettenregel ergibt. Es soll nun untersucht werden, wie es sich bei dieser stochastischen DGL verhält. Hierzu betrachte man $(dX(t))^2$ durch Substitution mit der Gleichung (3), dabei sei vorerst $dt > 0$:

$$(dX(t))^2 = a^2(t, X(t))\ (dt)^2 + 2\ a(t, X(t))\ b(t, X(t))\ \epsilon_t\ (dt)^{3/2} + b^2(t, X(t))\ \epsilon_t^2\ dt$$

Im Grenzfall $dt \to 0$ konvergieren die Terme $(dt)^{3/2}$ und $(dt)^2$ schneller gegen Null als dt, daher kann man schreiben:

$$(dX(t))^2 = b^2(t, X(t))\ dt$$

Untersucht man die Terme der Ordnung 3 und höher in der Gleichung (6), so stellt man fest, dass bei jeder Substitution von $(dX(t))^i$, $i > 2$, mit Gleichung (3) jeder Term nur $(dt)^j$, $j > 1$, enthält, welche im Limes schneller gegen Null konvergieren als dt. Daher ergibt sich gemäß dem Lemma von Itô das totale Differential dF folgendermaßen:

$$dF = \frac{\partial h}{\partial t}\ dt + \frac{\partial h}{\partial x}\ dX(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\ (dX(t))^2. \tag{7}$$

Substituiert man in Gleichung (7) nun $dX(t)$ wieder mit Gleichung (3), so kann man das Lemma formulieren als (vgl. Grüne 2010, 31):

Lemma 14 (Lemma von Itô) *Sei $h : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion und sei $X(t)$ die Lösung einer reellwertigen Itô-SDG von der Form $dX(t) = a(t, X(t))\ dt + b(t, X(t))\ dW_t$. Dann erfüllt $F(t) = h(t, X(t))$ die Gleichung*

$$\begin{aligned} dF(t) = &\left(\frac{\partial h}{\partial t}(t, X(t)) + \frac{\partial h}{\partial x}(t, X(t))\ a(t, X(t)) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\ b(t, X(t))^2\right) dt \\ &+ \frac{\partial h}{\partial x}(t, X(t))\ b(t, X(t))\ dW_t \end{aligned}$$

mit W, einem Wiener Prozess aus der SDG, die $X(t)$ löst.

Wie bereits erwähnt, besitzt Gleichung (7) einen Term mehr als das totale Differential einer deterministischen DGL. Vereinfacht man die Gleichung, indem die Trendrate $a(t, X(t)) = 0$ und $\partial h/\partial t = 0$ gesetzt werden, dann folgt $E(dX(t)) = 0$, aber $E(dF) \neq 0$. Dies ist eine Implikation der Jensenschen Ungleichung für konkave und konvexe Funktionen. Der Erwartungswert $E(dF)$ ist positiv, wenn F bezüglich X konvex ist (d.h. $\partial^2 h/\partial x^2 > 0$), und $E(dF)$ ist negativ, wenn F bezüglich X konkav ist (d.h. $\partial^2 h/\partial x^2 < 0$). Bei Zufallsprozessen der Form (3) (wie in Abschnitt 3.2.2.3.2 zu sehen sein wird, heißt so ein Prozess Itô Prozess) verhält sich dX wie $\sqrt{dt}$ und $(dX)^2$ wie dt. Der Effekt der Konvexität bzw. Konkavität hat Ordnung dt und kann beim Bilden des Differentials von F nicht ignoriert werden, sondern wird durch den zusätzlichen Term in (7) erfasst (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 80-81).

3.2.2.3 Diffusionsprozesse

3.2.2.3.1 Brown'sche Bewegung

Wie zu Beginn des Abschnitts 3.2.2.2 definiert, gilt für die Inkremente eines Wiener Prozesses:

$$dW = \epsilon_t \sqrt{dt}$$

mit Erwartungswert Null und einer Varianz, die linear mit dem Zeitfaktor steigt. Wiener Prozesse sind also nicht-stationär. Erweitert man diese Gleichung (2) um Faktoren α und σ, ergibt sich die **(arithmetische) Brown'sche Bewegung mit Drift**:

$$dX = \alpha \ dt + \sigma \ dW. \tag{8}$$

Faktor α wird Driftparameter genannt und σ der Varianzparameter. Der Störparameter $\sigma \ dW$ des Prozesses gibt die stochastischen Schwankungen um die erwarteten Zuwächse an. Der Driftparameter α kann gesehen werden als Trendparameter des Prozesses. Für jedes Zeitintervall $\Delta t = t_1 - t_0$ ist ΔX normalverteilt mit folgendem Erwartungswert und Varianz (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 65; Mostowfi 2000, 23):

$$E(\Delta X) = X(t_0) + \alpha \Delta t \tag{9}$$

$$Var(\Delta X) = \sigma^2 \Delta t \ . \tag{10}$$

Wählt man die Trend- und Varianzkomponente als proportional abhängig vom aktuellen Wert des Zufallsprozesses, gelangt man zur **geometrischen Brown'schen Bewegung mit Drift**:

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dW. \tag{11}$$

Dividiert man diese Gleichung durch X, wird sichtbar, dass dabei nicht die absoluten, sondern die relativen Veränderungen des Prozesses der arithmetischen Brown'schen Bewegung mit Drift folgen:

$$\frac{dX}{X} = \alpha \ dt + \sigma \ dW.$$

Mit Hilfe des Lemmas von Itô soll der Zusammenhang zwischen der arithmetischen und geometrischen Brown'schen Bewegung aufgezeigt werden. Dazu verwendet man die Substitution $Y = \ln(X)$ (also ist $Y' = 1/X$, $Y'' = -1/X^2$) und wendet das Lemma von Itô mit Gleichung (11) an:

$$\begin{aligned} d\ln(X) &= Y'dX + \frac{1}{2}Y''(dX)^2 \\ &= \frac{1}{X}(\alpha \ X \ dt + \sigma \ X \ dW) - \frac{1}{2}\frac{1}{X^2}X^2\sigma^2 dt \\ &= (\alpha - \frac{\sigma^2}{2}) \ dt + \sigma \ dW. \end{aligned}$$

Man gelangt also zu einer arithmetischen Brown'schen Bewegung mit Driftrate $(\alpha-\sigma^2/2)$ und Varianzrate σ. Dementsprechend gilt in jedem Zeitintervall $\Delta t = t_1 - t_0$ für diesen Prozess $E(\Delta Y) = \ln(X(t_0)) + (\alpha - \sigma^2/2)\Delta t$ und $Var(\Delta Y) = \sigma^2 \Delta t$. Für $\ln(X)$ selbst gilt nach obiger Ausführung Folgendes:

$$\ln(X(t)) = \ln(X(t_0)) + (\alpha - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t,$$

also für X(t):

$$X(t) = X(t_0) \exp\left((\alpha - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t\right)$$

und $E(\Delta X) = X(t_0)\ e^{\alpha \Delta t}$, $Var(\Delta X) = X^2(t_0)\ e^{2\alpha\Delta t}(e^{\sigma^2 \Delta t} - 1)$ für $\Delta t = t_1 - t_0$ (vgl. Amend 2000, 96-97; Dixit/Pindyck 1994, 71-72).

Zur Motivation des Zusammenhangs in Gleichung (2) und zur Erklärung warum die Brown'sche Bewegung mit Drift in Gleichung (8) von $\sqrt{dt}$ abhängt statt von dt und auch weshalb dX für endliche Intervalle t normalverteilt ist, soll gezeigt werden, dass Gleichung (8) die Verstetigung des zeitdiskreten Random-Walk-Prozesses ist. Grundlage der Ausführungen ist Dixit/Pindyck (vgl. 1994, 68-70). Hierzu wird die Zeit in gleichlange Intervalle Δt eingeteilt und angenommen, dass die Zufallsvariable X in jedem Zeitintervall entweder um Δh steigen oder fallen kann. Dabei sei p die Wahrscheinlichkeit für eine Aufwärtsbewegung und $q = 1-p$ die Wahrscheinlichkeit für eine Abwärtsbewegung. Das Schema in Abbildung 6 zeigt die ersten drei Perioden dieses Modells.

Demnach ist ΔX eine Zufallsvariable, welche in jedem Zeitintervall Δt den Wert $\pm\Delta h$ annehmen kann. Zudem folgt X einem Markov Prozess mit unabhängigen Inkrementen, da nur vom aktuellen Wert von X die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den zukünftigen Wert abhängt und die Wahrscheinlichkeit für eine Auf- oder Abwärtsbewegung in jedem Zeitintervall unabhängig von den Ereignissen der vorhergehenden Intervalle ist. Es gilt:

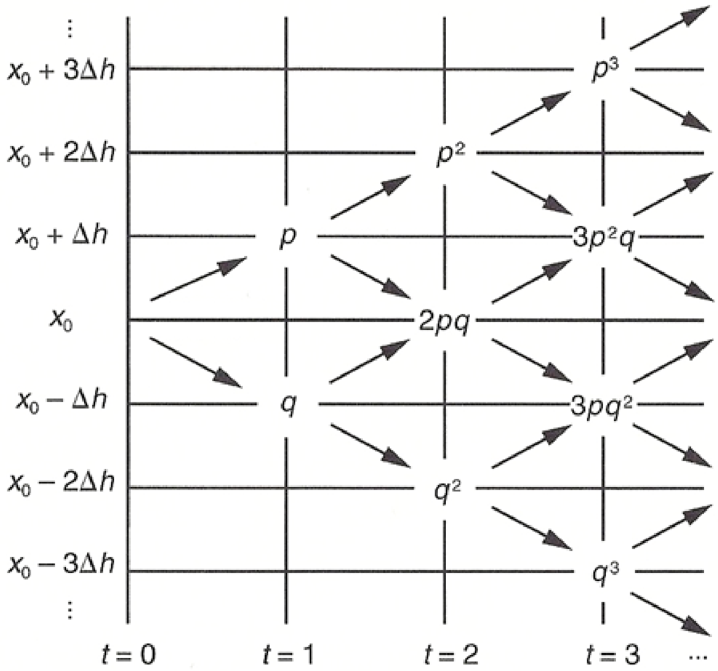
$$E(\Delta X) = p\ \Delta h + q(-\Delta h) = (p-q)\ \Delta h$$
$$E[(\Delta X)^2] = p(\Delta h)^2 + q(-\Delta h)^2 = (\Delta h)^2$$

und für die Varianz:

$$Var(\Delta X) = E[(\Delta X)^2] - [E(\Delta X)]^2 = [1-(p-q)^2](\Delta X)^2 = 4\ pq(\Delta X)^2$$

Nimmt man ein konkretes Zeitintervall der Länge t, so lässt sich dieses in $n = t/\Delta t$ Teilschritte bzw. -intervalle einteilen. Da die Schritte des Random Walk unabhängig sind, ist $(x_t - x_0)$ als kumulierte Änderung über das Zeitintervall t eine binomialverteilte Zufallsvariable mit:

$$E(x_t - x_0) = n\ (p-q)\Delta h = t\ (p-q)\frac{\Delta h}{\Delta t}$$
$$Var(x_t - x_0) = n[1-(p-q)^2](\Delta X)^2 = 4\ pq\ t\ \frac{(\Delta h)^2}{\Delta t}\ .$$



Quelle: Dixit/Pindyck (1994, 68)

Abbildung 6: Random Walk Darstellung der Brown'schen Bewegung

Nun sollen p, q und Δh so gewählt werden, dass $E(x_t - x_0)$ und $Var(x_t - x_0)$ von ihnen unabhängig sind und zudem unverändert bleiben, wenn Δt gegen Null konvergiert. Außerdem soll beim Grenzübergang die Gleichung (8) resultieren. Dies kann durch folgende Wahl der Parameter erreicht werden:

$$\Delta h = \sigma \sqrt{\Delta t} \ , \tag{12}$$

$$p = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\alpha}{\sigma}\sqrt{\Delta t}\right] \ , \qquad q = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\alpha}{\sigma}\sqrt{\Delta t}\right] \ . \tag{13}$$

Setze nun Gleichungen (12) und (13) in die Gleichungen für Erwartungswert und Varianz von $(x_t - x_0)$ ein und lasse Δt gegen Null konvergieren. Dann wird n für jedes endliche t unendlich und die Binomialverteilung konvergiert gegen die Normalverteilung mit:

$$E(x_t - x_0) = t \ \frac{\alpha}{\sigma^2} \ \Delta h \ \frac{\Delta h}{\Delta t} = \alpha t$$

$$Var(x_t - x_0) = t\left[1 - \left(\frac{\alpha}{\sigma}\right)^2 \Delta t\right] \frac{\sigma^2 \Delta t}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} \sigma^2 \ t \ .$$

Wie man sieht, entspricht dies laut Gleichungen (9) und (10) dem Erwartungswert und der Varianz der Brown'schen Bewegung. Sie ist also der Grenzfall des Random Walk, bei Gültigkeit der Gleichung (12), die nötig ist, damit die Varianz $Var(x_t - x_0)$ nicht von der Anzahl der Schritte, sondern vom Intervall t abhängt. Diese Herleitung erklärt, weshalb die Brown'sche Bewegung von $\sqrt{\Delta t}$ abhängt und nicht von Δt und weshalb die Änderungen dX für endliche Intervalle t normalverteilt sind.

Abschließend werden noch drei Eigenschaften der Brown'schen Bewegung betrachtet und dabei ihr Anwendungsbereich abgesteckt. Die erste Eigenschaft ist die des *kontinuierlichen Wachstumspfads*, d.h. man kann mit diesem stochastischen Prozess nur Objekte modellieren, deren Wert sich kontinuierlich im Zeitablauf verändert und keine Wertsprünge aufweist. Weiterhin *nimmt die Varianz linear mit dem betrachteten Zeithorizont zu*, kann also für große Δt bzw. $t \to \infty$ unendlich wachsen. Das impliziert, dass der Informationszugewinn über längere Zeitintervalle größer ist als über kurze Zeitintervalle und dass Marktunsicherheiten kontinuierlich beseitigt werden. Nimmt die Varianz des zu modellierenden Objekts ebenfalls proportional mit dem betrachteten Zeithorizont zu, bietet sich die Verwendung der Brown'schen Bewegung an. Die dritte Eigenschaft ist, dass die *Werte der arithmetischen Brown'schen Bewegung normalverteilt* sind, d.h. positive und negative Werte annehmen können, die *Werte der geometrischen Brown'schen Bewegung hingegen lognormal verteilt* sind und nur positive Werte annehmen können. Daher eignet sich die geometrische Brown'sche Bewegung zum Modellieren von Objekten mit nur nicht-negativen Werten (vgl. Amend 2000, 97-99; Dixit/Pindyck 1994, 71-72).

3.2.2.3.2 Itô Prozess

Die geometrische Brown'sche Bewegung, welche im letzten Abschnitt vorgestellt wurde, ist ein Sonderfall des Itô Prozesses. Dieser wurde bereits in Abschnitt 3.2.2.2 als die Itô-stochastische Differentialgleichung (3) eingeführt:

$$dX(t) = a(t, X(t))\ dt + b(t, X(t))\ dW_t$$

mit W, einem Wiener Prozess. Setzt man $a(t, X(t)) = \alpha\ X$ und $b(t, X(t)) = \sigma\ X$ mit α und σ konstant, resultiert die geometrische Brown'sche Bewegung nach Gleichung (11):

$$dX = \alpha\ X\ dt + \sigma\ X\ dW.$$

Beim Itô Prozess sind $a(t, X(t))$, $b(t, X(t))$ bekannte, nicht zufällige Funktionen mit $a(t, X(t))$, dem *Trend- bzw. Driftkoeffizienten*, und $b(t, X(t))$, dem *Varianzkoeffizienten*. Beide sind Funktionen der Zeit t und des aktuellen Zustands $X(t)$. Da bekanntlich $E(dW) = 0$, folgt:

$$E(dX) = a(t, X(t))\ dt + b(t, X(t))\ E(dW_t) = a(t, X(t))\ dt.$$

Die Varianz kann berechnet werden als:

$$\begin{aligned}
Var(dX) &= E((dX)^2) - (E(dX))^2 \\
&= E\Big(a^2(t, X(t))\ dt^2 + 2\ a(t, X(t))\ b(t, X(t))\ \epsilon_t\ dt^{\frac{3}{2}} + b^2(t, X(t))\ \epsilon_t^2\ dt\Big) \\
&\quad - a^2(t, X(t))\ dt^2 \\
&= b^2(t, X(t))\ dt
\end{aligned}$$

Da die Terme $(dt)^i$, $i > 1$, im Grenzfall schneller gegen Null konvergieren als dt, können sie ignoriert werden. In der Literatur wird $a(t, X(t))$ als die erwartete instantane *Driftrate* und $b^2(t, X(t))$ als die instantane *Varianzrate* des Itô Prozesses bezeichnet (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 70-71).

Wie bei der Brown'schen Bewegung ist auch die Pfadentwicklung des Itô Prozesses kontinuierlich. Ob der Prozess jedoch stationär oder nichtstationär ist, oder sich arithmetisch, geometrisch oder andersartig verhält, hängt von der Ausgestaltung der beiden Parameterfunktionen $a(t, X(t))$ und $b(t, X(t))$ ab.

3.2.2.3.3 Mean Reverting Prozess

Die Darlegungen dieses Unterkapitels folgen Dixit/Pindyck (vgl. 1994, 74-78), Amend (vgl. 2000, 99-104) und Bernhard (vgl. 2000, XXIX-XXXI). Der Mean Reverting Prozess ist im Gegensatz zu den bisher eingeführten Zufallsprozessen *stationär*, da er um einen konstanten Wert $\overline{X}$ schwankt. Er geht auf die beiden Physiker Leonard S. Ornstein und George E. Uhlenbeck zurück und wird daher auch als *Ornstein Uhlenbeck Prozess* bezeichnet. Der **(arithmetische) Mean Reverting Prozess** wird durch folgende stochastische Differentialgleichung beschrieben:

$$dX = \eta(\overline{X} - X)\ dt + \sigma\ dW \tag{14}$$

mit W Wiener Prozess und $\eta,\ \overline{X},\ \sigma \in \mathbb{R}^+$ konstant. Dabei steht η für die Geschwindigkeit, mit welcher der Prozess nach einer Auslenkung wieder in Richtung seines „Schwerpunktes“ $\overline{X}$ zurückkehrt. Ausgehend von t_0 gilt für alle $t \geq 0$:

$$E(X(t)) = \overline{X} + (X(t_0) - \overline{X})e^{-\eta t}$$

und der Erwartungswert konvergiert im Limes gegen das Langzeitmittel:

$$\lim_{t \to \infty} E(X(t)) = \overline{X}$$

Die Varianz von dX ist die Varianz der Abweichungen vom Langzeitmittel $X(t) - \overline{X}$:

$$Var(X(t) - \overline{X}) = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$$

mit

$$\lim_{t\to\infty} Var(X(t)-\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{2\eta}$$

Mit wachsender Korrekturgeschwindigkeit η konvergiert die Varianz gegen:

$$\lim_{t\to\infty} Var(X(t)-\overline{X}) = 0\ ,$$

da $X(t)$ nach jeder Auslenkung mit unendliche hoher Geschwindigkeit wieder Richtung $\overline{X}$ zurückgelenkt wird, weicht es praktisch nicht von $\overline{X}$ ab. Konvergiert $\eta \to 0$, so reduziert sich der Prozess auf die Brown'sche Bewegung ohne Drift $dX = \sigma dW$ mit seiner Varianz $Var(dX) = \sigma^2 dt$.

Folgende stochastische Differentialgleichung beschreibt den **geometrischen Mean Reverting Prozess**:

$$dZ = \eta(\overline{Z} - \ln Z)\ Z\ dt + \sigma\ Z\ dW \tag{15}$$

Dabei hängen, wie in Abschnitt 3.2.2.3.1 bei der geometrischen Brown'sche Bewegung, auch hier die Trend- und Varianzkomponente vom aktuellen Wert des stochastischen Prozesses proportional ab und der Prozess kann keine negativen Werte annehmen. Zusätzlich steht in der Trendkomponente $\ln Z$ statt Z im Vergleich zur Gleichung (14) des arithmetischen Mean Reverting Prozesses. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.2.2.3.1 lässt sich mit Hilfe der Substitution $Y = \ln(Z)$ (d.h. $Y' = 1/Z$, $Y'' = -1/Z^2$) und Verwendung des Lemmas von Itô mit Gleichung (15) der Zusammenhang zwischen dem arithmetischen und geometrischen Mean Reverting Prozess zeigen:

$$\begin{aligned}
d\ln(Z) &= Y'dZ + \frac{1}{2}Y''(dZ)^2 \\
&= \frac{1}{Z}\big(\eta(\overline{Z} - \ln(Z))\ Z\ dt + \sigma\ Z\ dW\big) + \frac{1}{2}\frac{1}{Z^2}(\sigma^2 Z^2 dt) \\
&= \eta(\overline{Z} - \ln(Z))\ dt + \sigma\ dW - \frac{1}{2}\sigma^2 dt \\
&= \eta\left((\overline{Z} - \frac{1}{2\eta}\sigma^2) - \ln(Z)\right) dt + \sigma\ dW.
\end{aligned}$$

Mit $\overline{Y} = \overline{Z} - \sigma^2(1/2\eta)$ gelangt man wieder zum arithmetischen Mean Reverting Prozess:

$$dY = \eta(\overline{Y} - Y)\ dt + \sigma\ dW$$

Für $Y(t)$ gilt analog zu $X(t)$ ausgehend von t_0 für alle $t \geq 0$:

$$E(Y(t)) = \overline{Y} + (Y(t_0) - \overline{Y})\ e^{-\eta t}$$

und

$$Var(Y(t) - \overline{Y}) = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})$$

mit gleichem Konvergenzverhalten wie oben. (Wo es zweckmäßig erscheint, wird in Zukunft zur besseren Übersichtlichkeit die in Abschnitt 3.2.2.2 eingeführte Notation $Y(t) :=$

Y_t verwendet werden.) Die Werte des arithmetischen Mean Reverting Prozesses X bzw. Y sind normalverteilt, $Y \sim N(\mu, \lambda^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$ und $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$, mit $\mu = E(Y_t)$, $\lambda^2 = Var(Y_t)$, die des geometrischen Mean Reverting Prozesses Z hingegen sind lognormalverteilt, $Z \sim \ln N\,(E(Z_t), Var(Z_t))$. Wegen $Y = \ln(Z)$ bzw. $Z = e^Y$ kann der bekannte Zusammenhang zwischen der normalverteilten Zufallsvariable Y und der lognormalverteilten Zufallsvariable Z verwendet werden, denn der Erwartungswert der logarithmischen Normalverteilung wird mit folgender Formel berechnet, mit μ und λ aus der Normalverteilung:

$$
\begin{aligned}
E(Z_t) &= e^{\mu + \frac{\lambda^2}{2}} = e^{E(Y_t) + \frac{1}{2} Var(Y_t)} \\
&= exp\left(\ln(Z_t) e^{-\eta t} + (\overline{Z} - \frac{\sigma^2}{2\eta})(1 - e^{-\eta t}) + \frac{\sigma^2}{4\eta}(1 - e^{-2\eta t}) \right)
\end{aligned}
$$

Die Varianz der logarithmischen Normalverteilung errechnet sich als:

$$
\begin{aligned}
Var(Z_t - \overline{Z}) &= e^{2\mu + \lambda^2}(e^{\lambda^2} - 1) = e^{2E(Y_t) + (Var(Y_t))}(e^{(Var(Y_t))} - 1) \\
&= exp\left[2\ \ln(Z_t) e^{-\eta t} + 2\ (\overline{Z} - \frac{\sigma^2}{2\eta})(1 - e^{-\eta t}) + \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t}) \right] \\
&\quad \cdot \left(exp\left(\frac{\sigma^2}{2\ \eta}(1 - e^{-2\eta t}) \right) - 1 \right)
\end{aligned}
$$

Im Grenzfall ergibt sich:

$$
\lim_{t \to \infty} E(Z_t) = exp\left(\overline{Z} - \frac{\sigma^2}{4\eta} \right)
$$

und

$$
\lim_{t \to \infty} Var(Z_t - \overline{Z}) = exp\left(2\ \overline{Z} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) \cdot \left(exp\left(\frac{\sigma^2}{2\eta} \right) - 1 \right).
$$

Im Grenzfall einer unendlich großen Geschwindigkeit $\eta \to \infty$ konvergiert die Varianz wieder gegen Null $\lim_{t \to \infty} Var(Z_t - \overline{Z}) = 0$.

Zum Ende werden noch die Eigenschaften des Mean Reverting Prozesses diskutiert. Der Mean Reverting Prozess weist wie die Brown'sche Bewegung einen kontinuierlichen Pfadv̄erlauf auf und eignet sich nicht zur Modellierung von Objekten mit nicht kontinuierlicher Wertentwicklung. Die Grenzbetrachtungen bezeugen jedoch im Gegensatz zur Brown'schen Bewegung die Stationarität des Mean Reverting Prozesses, sodass er sich gut zur Modellierung von Objekten eignet, deren Varianz in kurzen Zeiträumen schwankt, aber für lange Zeiträume gegen einen konstanten Wert konvergiert. Abschließend ist der geometrische Mean Reverting Prozess geeignet für Objekte, deren Wertentwicklung keine negativen Werte annimmt. Um Objekte zu modellieren, deren Wertentwicklung nicht kontinuierlich ist, also Sprünge aufweist eignen sich die Sprungprozesse, welche im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.

3.2.2.4 Sprungprozesse - der Poisson Prozess

Der Poisson Prozess wird in diesem Abschnitt als ein Repräsentant für Sprungprozesse vorgestellt. Abgestellt wird dabei auf die Ausführungen von Dixit/Pindyck (vgl. 1994, 85-86). Der Poisson Prozess eignet sich, um Wertentwicklungen zu beschreiben, bei welchen zu diskreten Zeitpunkten diskrete Sprungereignisse eintreten, die eine fixe oder stochastische Größe u aufweisen können. Die Eintrittszeitpunkte der Wertsprünge sind poissonverteilt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_λ der Poisson-Verteilung wird durch den Parameter $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$ bestimmt, welcher sowohl der Erwartungswert als auch die Varianz der Verteilung ist. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_λ ordnet den natürlichen Zahlen $k = 0, 1, 2, \ldots$ die Wahrscheinlichkeiten folgendermaßen zu (vgl. Bernhard 2000, XXXI-XXXII):

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

Sei λ also die erwartete Sprungereignisrate während eines infinitesimalen Zeitintervalls dt, dann ist $\lambda\ dt$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein Sprung eintritt und $1 - \lambda\ dt$ die Wahrscheinlichkeit, dass kein Sprung eintritt während dt. Der Poisson Prozess V kann also formalisiert werden als:

$$dV = \begin{cases} 0 & \text{mit } P(dV = 0) = 1 - \lambda\ dt \\ \\ u & \text{mit } P(dV = u) = \lambda\ dt. \end{cases}$$

Dieser Poisson Prozess V kann analog zum Wiener Prozess W eingesetzt werden und so unter Verwendung des Itô Prozesses nach Gleichung (11) für die Zufallsvariable X die stochastische Poissondifferentialgleichung geschrieben werden:

$$dX = f(t, x(t))\ dt + g(t, X(t))\ dV \tag{16}$$

Wenn $H(t) = l(t, X(t))$, dann entspricht das Differential von H:

$$\begin{aligned} dH &= \frac{\partial l}{\partial t}\ dt + \frac{\partial l}{\partial x}\ dX \\ &= \frac{\partial l}{\partial t}\ dt + \frac{\partial l}{\partial x}\,[f(t, X(t))\ dt + g(t, X(t))\ dV] \end{aligned}$$

Da dX nicht wie beim Itô Prozesses von $\sqrt{dt}$ abhängt, tauchen keine Terme höherer Ordnung auf, da sie alle schneller gegen Null konvergieren als dt. Zur Betrachtung des Erwartungswertes $E(dH)$ muss geklärt werden, wie Änderungen in X die Funktion H beeinflussen. Solange keine Sprünge eintreten, verändert sich H kontinuierlich und deterministisch mit dem Drift von X. Im Falle eines Sprunges ändert sich X um $u\ g(t, X(t))$ und ebenso H. Die Wahrscheinlichkeit für ein Sprungereignis im infinitesimalen Intervall dt ist $\lambda\ dt$, daher gilt:

$$E\left[\frac{\partial l}{\partial x}\ g(t, X_t)\ dV\right] = E_u\{\lambda\ [l(t, X_t + u\ g(t, X_t)) - l(t, X_t)]\}\ dt$$

und der Erwartungswert E_u wird unter Beachtung der Sprunggröße u formuliert. So erhält man:

$$E(dH) = \left[\frac{\partial l}{\partial t} + f(t, X_t)\ \frac{\partial l}{\partial x}\right] dt + E_u\{\lambda\ [l(t, X_t + u\ g(t, X_t)) - l(t, X_t)]\}\ dt \qquad (17)$$

3.2.2.5 Gemischte Sprung-Diffusionsprozesse und Mehrfaktormodelle

Der hier vorgestellte **Sprung-Diffusionsprozess** ist die Kombination aus Itô- und Poisson Prozess (vgl. Bernhard 2000, XXXII; Dixit/Pindyck 1994, 86). Dem kontinuierlichen Prozesspfad des Itô Prozesses werden die Sprünge des Poisson Prozesses zu diskreten Zeitpunkten aufmoduliert:

$$dX = a(t, X(t))\ dt + b(t, X(t))\ dW + g(t, X(t))\ dV$$

Gemäß Zusammenhang (17) kann analog Folgendes hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} E(dH) = &\ \left[\frac{\partial l}{\partial t} + a(t, X_t)\ \frac{\partial l}{\partial x} + \frac{1}{2} b^2(t, X(t)) \frac{\partial^2 l}{\partial X^2}\right] dt \\ &+ E_u\{\lambda\ [l(t, X_t + u\ g(t, X_t)) - l(t, X_t)]\}\ dt \end{aligned}$$

Michael J. Brennan, Rajna Gibson und Eduardo S. Schwartz entwickelten Mehrfaktor-Modelle, um die Kursentwicklung von Commodities zu beschreiben (vgl. Amend 2000, 104). Commodities sind Waren und Güter, die an Termin- oder Kassamärkten gehandelt werden (vgl. 2000, 75). **Mehrfaktor-Modelle** unterscheiden sich von den bisher vorgestellten Zufallsprozessen dadurch, dass auch Bestandteile der Trendkomponente nun einem stochastischen Prozess folgen. Im folgenden Zweifaktor-Modell folgt der gehandelte Basiswert $S(t)$ z.B. einer geometrischen Brown'schen Bewegung (r risikoloser Zinssatz):

$$dS = (r - \delta)\ S\ dt + \sigma_S S\ dW_S$$

wobei die Minderrendite $\delta(t)$ selbst von einem arithmetischen Mean Reverting Prozess beschrieben wird:

$$d\delta = \eta\ (\overline{\delta} - \delta)\ dt + \sigma_\delta dW_\delta\ .$$

Die Kursentwicklungen sind korreliert mit $dW_S \cdot dW_\delta = \rho_{S\delta}\ dt$.

Philipovic (vgl. 1998, 64-65) entwickelte ebenfalls ein Zweifaktor-Modell, bei welchem der Basiskurs S einem Mean Reverting Prozess und das Langfristmittel $\overline{S}$ einer geometrischen Brown'schen Bewegung folgt:

$$\begin{aligned} dS &= \eta\ (\overline{S} - S)\ dt + \sigma_S\ S\ dW_S \\ d\overline{S} &= \alpha\ \overline{S}\ dt + \sigma_{\overline{S}}\ \overline{S}\ dW_{\overline{S}} \end{aligned}$$

Die Kursentwicklungen sind analog korreliert mit $dW_S \cdot dW_{\overline{S}} = \rho_{S\overline{S}}\ dt$.

Von den im Kapitel 3.2.2 vorgestellten Prozessen gibt es sehr viele Variationen. Zudem können durch gemischte Sprung-Diffusionsprozesse und Mehrfaktor-Modelle viele Zufallsprozesse individuell zusammengestellt werden und so dem vermuteten oder bekannten Werteverhalten des zu modellierenden Objektes angepasst. Welcher Prozess am geeignetsten ist, kann selbst nach umfänglichen und langjährigen Untersuchungen nicht immer eindeutig festgestellt werden (vgl. Dixit/Pindyck 1994, 77-78) und ist jedes Mal sorgfältig abzuwägen und zu begründen. Für Sensitivitätsanalysen oder für alternative Szenarien sollten an geeigneten Stellen unterschiedliche Zufallsprozesse zum Einsatz kommen.

3.2.3 Das Black-Scholes-Modell

Das Black-Scholes-Modell gehört gemäß der Kategorisierung von Unterkapitel 3.2.1 zu den analytischen Optionspreismodellen. Es wurde im Jahre 1973 von Black, Scholes und Merton entwickelt und beruht auf folgenden Annahmen (vgl. Peske 2002, 60; Stellmaszek 2010, 284):

- der risikolose Zinssatz ist bekannt, konstant und gleich für alle Laufzeiten,
- es existieren keine Transaktionskosten oder Steuern,
- alle Zahlungsströme am Kapitalmarkt sind beliebig teilbar,
- zu einem festgelegten Zinssatz können beliebige Kapitalmengen aufgenommen oder investiert werden,
- die Handlungen der Marktteilnehmer haben keine Auswirkungen auf den Wert des Basisobjekts der Option,
- der Wert des Basisobjekts folgt einer geometrischen Brown'schen Bewegung
- es handelt sich um eine europäische Option (d.h. Ausübung ist nur am Ende der Laufzeit möglich)
- das Risiko des Basisobjekts kann durch seine Volatilität erfasst werden, welche über die Zeit konstant bleibt.

Aus diesen Annahmen lassen sich die bekannten Formeln für den Preis einer Call-Option C und einer Put-Option P herleiten (vgl. Peske 2002, 60-62; Stellmaszek 2010, 285-286; Tomaszewski 2000, 127-132):

$$C = S \cdot e^{-\sigma T} \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2)$$

$$P = K \cdot e^{-rT} \cdot N(-d_2) - S \cdot e^{-\sigma T} \cdot N(-d_1)$$

$$\text{mit} \qquad d_1 = \frac{ln(\frac{S}{K}) + (r - \delta + 0,5\sigma^2) \cdot T}{\sigma\sqrt{T}} = d_2 + \sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = \frac{ln(\frac{S}{K}) + (r - \delta - 0,5\sigma^2) \cdot T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

wobei $N(d_i)$ der Wert der Normalverteilung bei d_i ist, S der aktuelle Wert des Basisobjekts, K der vereinbarte Basispreis bzw. die Kosten der Ausübung der Realoption, σ die jährliche Volatilität des Basisobjektwerts, r der jährliche risikolose Zinssatz, T die Optionslaufzeit in Jahren und δ die Dividendenrate.

Das Black-Scholes-Modell ist für Optionen europäischen Typs entwickelt worden und liefert für nur für europäische Optionen und amerikanische Kaufoptionen ohne Dividende exakte Werte. Für amerikanische Verkaufsoptionen mit oder ohne Dividende und amerikanische Kaufoptionen mit Dividende kann mit der Black-Scholes-Formel nur eine Wertuntergrenze ermittelt werden (vgl. Tomaszewski 2000, 129-132).

Für die Zielsetzung dieser Arbeit ist das Black-Scholes-Modell eher ungeeignet. Denn es ist kaum möglich komplexe Realoptionen, die aus mehreren interdependenten Realoptionen bestehen, zu modellieren und das Ineinandergreifen ihrer Wertzusammenhänge zu durchschauen (vgl. Peske 2002, 63-64; Baecker/Hommel/Lehmann 2003, 27). Daher wird das Binomialmodell, das zu den Optionspreisbäumen gehört, als Grundlage für die Modellierung herangezogen.

3.2.4 Das Binomialmodell

3.2.4.1 Grundlegendes zum Optionswert

Gemäß Definition 1 einer Finanzoption in Abschnitt 3.1 wird ein rationaler Optionseigner eines Calls am Ausübungstag seine Kaufoption nur ausüben, wenn der in der Option vereinbarte Ausübungspreis K unter dem momentanen Kurs (Kassakurs) S des Basisinstruments liegt $K < S$. Dann kann er das Basisinstrument durch die Option zu einem günstigeren Preis erwerben. Analog würde ein rationaler Optionseigner eines Puts seine Verkaufsoption nur ausüben, wenn der Ausübungspreis K über dem Kassakurs S des Basisinstruments liegt $K > S$. Dann kann er das Basisinstrument durch die Option zu einem höheren Preis verkaufen. Bei $K = S$ ist der Optionseigner präferenzfrei. Daher beträgt der Wert eines Calls C_T bzw. eines Puts P_T am Ausübungstag T (vgl. Peske 2002, 36-37):

$$C_T = \max\{S - K, 0\} \quad \text{bzw.} \quad P_T = \max\{K - S, 0\} \tag{18}$$

Diese Differenz zwischen dem Ausübungspreis und dem Preis des Basisinstruments, auch Underlying genannt, bezeichnet man als den *Inneren Wert der Option*. Zudem sagt man, ein Call (Put) ist „in-the-money", solange $S_t > E$ ($S_t < E$), „at-the-money", solange $S_t = E$ ($S_t = E$) und „out-of-the-money" solange $S_t < E$ ($S_t > E$). Der Optionswert entspricht am Laufzeitende $t = T$ genau dem Inneren Wert. Vor $t = T$ kommt der *Zeitwert* hinzu, welcher sich aus der *Spekulations-* und der *Zinskomponente* zusammensetzt. Wegen diesen Effekten kann der Wert einer Option vor ihrem Laufzeitende größer sein als ihr Innerer Wert. Liegt ein Call vor, so wirken sich die Spekulations- und die Zinskomponente beide positiv auf den Optionswert aus. Im Falle eines Puts, wirkt nur die Spekulationskomponente positiv auf seinen Wert ein. Die Zinskomponente wirkt auf den Wert negativ, da dem Optionseigner Zinseinbußen entstehen, denn er könnte den Ausübungspreis zinstragend anlegen. Der Zeitwert hängt ab von der Restlaufzeit $(T-t)$ der Option, der Volatilität σ des Basisinstruments und dem risikolosen Zinssatz r. Am Ende der Optionslaufzeit ist der Zeitwert gleich Null und der Optionswert gleich dem Inneren Wert. Insgesamt ist also die obere Grenze des Optionswerts der Kurs S des Underlying und die untere Grenze der Innere Wert der Option, d.h. $(S - E)$ bei einem Call und $(E - S)$ bei einem Put. Während der Laufzeit bewegt sich der Optionswert zwischen diesen Grenzen und konvergiert am Ende gegen den Inneren Wert. Europäische Optionen können nicht vorzeitig ausgeübt werden. Bei amerikanischen Optionen ist eine vorzeitige Ausübung nicht immer sinnvoll. Bei amerikanischen Call Optionen ohne Dividende auf das Underlying liegt der Innere Wert der Option immer unter ihrem Gesamtwert aus Innerem Wert und Zeitwert. Daher ist es nicht rational die Option vor ihrem Laufzeitende auszuüben. Werden auf das Underlying Dividenden gezahlt, kann eine vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Calls sinnvoll sein. Bei einer amerikanischen Put Option kann eine Vorzeitige Ausübung auch ohne Dividendenzahlungen sinnvoll sein, da die beiden Komponenten des Zeitwerts sich gegensätzlich auf den Optionswert während der Laufzeit auswirken. Der Wert amerikanischer Optionen ist bei gleicher Parameterwahl gleich oder größer als der Wert ihrer europäischen Ausprägung wegen dem Recht der vorzeitigen Ausübung (vgl. Koch 1999, 64-65; Mostowfi 2000, 50-54; Peske 2002, 36-38).

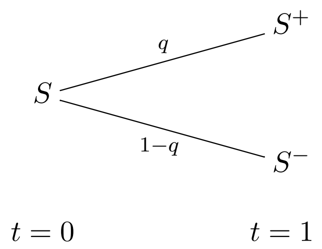
3.2.4.2 Bewertung von Optionen ohne Dividenden

Das Binomialmodell wurde im Jahr 1979 von John C. Cox, Stephen A. Ross und Mark Rubinstein entwickelt und wird daher oft als Cox-Ross-Rubinstein-Modell (CRR-Modell) bezeichnet. Es beruht auf folgenden **Modellannahmen** (vgl. Peske 2002, 54):

1. Es liegt ein vollkommener Kapitalmarkt vor (d.h. es gibt keine Steuern oder Transaktionskosten, Leerverkäufe sind erlaubt, alle Zahlungsströme beliebig teilbar, Kapitalanlage und -aufnahme ist unbegrenzt zum risikolosen Zinssatz möglich),
2. ein konstanter risikoloser Zinssatz wird angenommen,
3. die Kapitalmarktteilnehmer weisen homogenen Erwartungen bzgl. der möglichen Kurse des Basisinstruments am Optionslaufzeitende auf,
4. die Kapitalmarktteilnehmer handeln rational,
5. die Höhe und zeitliche Struktur anfallender Dividenden ist bekannt,
6. der Wert des Basisobjekts entwickelt sich gemäß einem bekannten Zufallsprozess.

Die Gleichungen (18) geben den Optionswert am Ausübungstag an. Nun muss aber der Wert der Option, d.h. die zu zahlende Optionsprämie, zum heutigen Tag t_0 bestimmt werden, an dem die Option erworben wird. Dazu bedient sich das Binomialmodell, und auch das im letzten Abschnitt vorgestellte Black-Scholes-Modell, des **Duplikationsprinzips**, welches aus der Annahme des arbitragefreien Kapitalmarktes abgeleitet werden kann. Auf einem *arbitragefreien Kapitalmarkt* gilt *das Gesetz des einen Preises*, welches besagt, dass zwei Investitionen, deren zukünftige Erträge gleich sind, heute den gleichen Wert aufweisen müssen. So kann Arbitrage, d.h. risikoloser Gewinn durch Ausnutzen von Preisunterschieden für gleiche Zahlungsströme, ausgeschlossen werden. Daher kann über ein Portfolio aus Investition, deren Wert heute bekannt ist und deren Zahlungsströme den Zahlungsstrom der zu bewertenden Option nachbilden, der heutige Wert der Option ermittelt werden. Das ist das sogenannte Duplikationsprinzip (vgl. Peske 2002, 51-52). Für ausführliche Beispiele vergleiche Freihube (vgl. 2001, 96-99) und Peske (vgl. 2002, 52-53). Wie in der kritischen Würdigung des Realoptionsansatzes in Abschnitt 2.2.3.6 diskutiert, erfordert das Duplikationsprinzip, dass es am Kapitalmarkt Zahlungsströme gibt, die mit dem Basisinstrument der Option perfekt korreliert sind. Im Zusammenhang mit Realoptionen ist dies selten der Fall. Doch ist das, wie in der kritischen Würdigung ausgeführt, keine Kritik am Realoptionsansatz als solchen, sondern an allen Bewertungsmodellen, die einen vollkommenen Kapitalmarkt unterstellen. Somit auch am DCF-Modell, das auf dem CAPM basiert. In den folgenden Ausführungen wird nun unterstellt, dass solch ein Zahlungsstrom mit perfekter Korrelation zum Basisinstrument der Option existiert und in den Abschnitten 4.4 und 4.5.1 dazu alternative Vorgehensweisen aufgezeigt.

Die **Wertentwicklung des Basisinstruments** S der Option im Binomialmodell folgt dem **Random Walk**, welcher in Abschnitt 3.2.2.3.1 eingeführt wurde (vgl. Mostowfi 2000, 47-48). Nach einer Periode kann S also gemäß dem Random Walk im Wert steigen oder fallen, d.h. die Werte $S^+ = u \cdot S$ oder $S^- = d \cdot S$ annehmen. Dabei stellt u einen positiven Umweltzustand dar und d einen negativen. Die Wahrscheinlichkeit für die beiden Umweltzustände sei dabei q für S^+ und $1 - q$ für S^- (vgl. Peske 2002, 55):



Wie Gleichungen (18) erkennen lassen, hängt der Optionswert von der Wertentwicklung von S ab und kann am Beispiel einer Kaufoption folgendermaßen beschrieben werden (vgl. Peske 2002, 55):

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
 & C^{+} = \max\{0, uS - E\} \\
C \arrow[ur, dash, "q"] \arrow[dr, dash, "1-q"'] & \\
 & C^{-} = \max\{0, dS - E\} \\
t = 0 & t = 1
\end{tikzcd}
$$

Mit Hilfe eines Portfolios bestehend aus N Anteilen des Basisinstruments S und einem aufgenommenen Kreditbetrag B sollen die Rückflüsse der Option für beide Umweltzustände dupliziert werden, so dass der Barwert der Option in $t = 0$ mit dem Barwert des Portfolios übereinstimmt. Die Wertentwicklung des Portfolios zeigt Abbildung 7. Dabei bezeichnet r den risikolosen Zinssatz. Um Arbitrage auszuschließen, muss gelten $u > (1 + r) > d$ (vgl. Mostowfi 2000, 48).

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
 & C^{+} = N \cdot uS - (1+r)B \\
C = N \cdot S + B \arrow[ur, dash, "q"] \arrow[dr, dash, "1-q"'] & \\
 & C^{-} = N \cdot dS - (1+r)B \\
t = 0 & t = 1
\end{tikzcd}
$$

Quelle: Peske (vgl. 2002, 56)

Abbildung 7: Wertentwicklung des Portfolios

Löst man die Gleichungen aus $t = 1$ nach N und B auf, erhält man:

$$N = \frac{C^{+} - C^{-}}{(u-d)S} \qquad \text{und} \qquad B = \frac{d \cdot C^{+} - u \cdot C^{-}}{(u-d)(1+r)} \tag{19}$$

Setzt man das in die Gleichung aus $t = 0$ aus Abbildung 7 ein, erhält man den Barwert der Option:

$$C = N \cdot S + B = \frac{C^{+} - C^{-}}{u-d} + \frac{d \cdot C^{+} - u \cdot C^{-}}{(u-d)(1+r)} \tag{20}$$

Dieser Barwert wurde aus den Annahmen der Arbitragefreiheit und der Duplizierbarkeit abgeleitet. Die Gleichung (20) lässt sich umformen zu:

$$C = \frac{\frac{(1+r)-d}{u-d}\, C^{+} + \frac{u-(1+r)}{u-d}\, C^{-}}{1+r} = \frac{p\, C^{+} + (1-p)\, C^{-}}{1+r} \tag{21}$$

$$\text{mit} \qquad p = \frac{(1+r)-d}{u-d} \qquad \text{und} \qquad (1-p) = \frac{u-(1+r)}{u-d}\ .$$

Wegen $u > (1+r) > d$ gilt $p \in [0,1]$, so dass p in der Literatur oft als Pseudowahrscheinlichkeit bezeichnet wird. Aus Gleichungen (20) bzw. (21) wird ersichtlich, dass Risikopräferenzen des Investors keine Rolle spielen, wenn die Bewertung aus der Duplikation abgeleitet wird, denn es wird mit dem risikofreien Zinssatz r diskontiert. Zudem ist die Bewertung auch von den subjektiven Wahrscheinlichkeiten q und $(1-q)$ für die Umweltzustände unabhängig, so dass Investoren mit identischen Vorstellungen bezüglich u und d zum gleichen Barwert C gelangen. Dies wird als **risikoneutralen Bewertung** bezeichnet. Genauer gesagt geben p und $(1-p)$ die Wahrscheinlichkeitswerte an, die q und $(1-q)$ im Gleichgewicht annehme würden, wenn alle Investoren risikoneutral handelten. In einer risikoneutralen Welt gilt (vgl. Peske 2002, 56):

$$q \cdot u \cdot S + (1-q)\ d \cdot S = (1+r)\ S \quad \text{und so} \quad q = \frac{(1+r)-d}{u-d} = p\ ,\ 0 < p < 1$$

Die Einschätzungen der Anleger gehen also nur in aggregierter Form über den Kapitalmarkt in die Modellparameter u, d und r indirekt in die Optionsbewertung ein (vgl. Mostowfi 2000, 50-51; Peske 2002, 56-58).

Aus dem so ermittelten Optionswert lässt sich der risikoadjustierte Zinssatz r_A eines individuellen Investors folgendermaßen bestimmen:

$$S = \frac{q \cdot u \cdot S + (1-q)\ d \cdot S}{1 + r_A} \qquad \Longrightarrow \qquad r_A = \frac{q \cdot u \cdot S + (1-q)\ d \cdot S}{S} - 1$$

Dieser Bewertungsvorgang lässt sich auf eine **Vielzahl von Perioden** ausdehnen. Die Laufzeit der Option t wird dabei in beliebig viele Perioden n mit Länge $h = t/n$ unterteilt. Wenn das Underlying bis zum Ende der Optionslaufzeit j Aufwärtsbewegungen um u und $n-j$ Abwärtsbewegungen um d vollzogen hat, liegt der Optionswert eines Calls in $t = n$ bei:

$$C_{u^j d^{n-j}} = max[0, u^j\ d^{n-j}\ S - K] \tag{22}$$

und der Optionswert eines Puts bei:

$$P_{u^j d^{n-j}} = max[0, K - u^j\ d^{n-j}\ S] \tag{23}$$

Man erhält in $t = n$ also $n+1$ zustandsabhängige Optionswerte, aus welchen sich sukzessive der Optionswert in $t = 0$ bestimmen lässt. Bei dieser sukzessiven Vorgehensweise ergibt sich folgende Formel für den Optionswert eines Calls in $t = 0$:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sum_{j=0}^{n} \frac{n!}{j!\ (n-j)!}\ p^j\ (1-p)^{n-j}\ C_{u^j d^{n-j}}}{(1+r)^n} \\ &= \frac{\sum_{j=0}^{n} \frac{n!}{j!\ (n-j)!}\ p^j\ (1-p)^{n-j}\ max[0, u^j\ d^{n-j}\ S - K]}{(1+r)^n} \end{aligned} \tag{24}$$

und analog für den Optionswert eines Puts in $t = 0$:

$$P = \frac{\sum_{j=0}^{n} \frac{n!}{j!\ (n-j)!}\ p^j\ (1-p)^{n-j}\ max[0, K - u^j\ d^{n-j}\ S]}{(1+r)^n} \tag{25}$$

3.2.4.3 Konvergenz gegen das Black-Scholes-Modell

Cox/Ross/Rubinstein (vgl. 1979, 246-254) zeigen, dass unter gewissen Voraussetzungen das von ihnen entwickelte Binomialmodell gegen das Modell von Black-Scholes (-Merton) konvergiert. Wie im obigen Abschnitt gezeigt, liegt dem Binomialmodell der Random Walk zu Grunde, welcher gemäß den Ausführungen in Abschnitt 3.2.2.3.1 für $\Delta t \to 0$ gegen die Brown'sche Bewegung konvergiert, d.h. wenn die Zeitintervalle zwischen den Handelsmöglichkeiten verschwinden und so kontinuierlicher Handel möglich wird. Die Black-Scholes Formel setzt voraus, dass die Basisobjekte der zu bewertenden Optionen einer geometrischen Brown'schen Bewegung mit Drift folgen. Setzt man die Parameter u, d und q wie folgt:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \ , \qquad d = \frac{1}{u} \ ,$$

$$q = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\frac{\mu}{\sigma}\,\sqrt{\Delta t} \quad \text{mit} \quad \mu = \ln r - \frac{1}{2}\sigma^2 \ ,$$

so konvergiert der Random Walk des Binomialmodells gegen die geometrische Brown'sche Bewegung und die Binomialverteilung gegen die Normalverteilung und somit die Bewertungsformel des Binomialmodells für einen Put bzw. Call gegen die Black-Scholes Formel für einen Put bzw. Call für $\Delta t \to 0$.

3.2.4.4 Bewertung von Optionen mit Dividenden

Die Ausführungen dieses Unterabschnitts folgen Mostowfi (vgl. 2000, 58-65). Will man **Dividenden** in das Binomialmodell integrieren, muss man verlangen, dass sie nur von der Höhe des Aktienkurses abhängen. Sonst ist die Duplikation der Entwicklung des Optionswertes nicht mehr ausschließlich durch das Basisinstrument und die risikolosen Anlage möglich. Es soll nun angenommen werden, dass die Dividendenrate δ konstant ist, in jedem Handelsintervall eine Dividendenzahlung erfolgt und der Kurs S des Underlying unmittelbar nach der Dividendenzahlung um den Ausschüttungsbetrag abnimmt. Im Einperiodenfall entwickelt sich das Underlying und der Optionswert wie folgt (vgl. Mostowfi 2000, 59-60):

$$\begin{tikzcd}
 & u(1-\delta)S \\
S \arrow[ur, "q"] \arrow[dr, "1-q"'] & \\
 & d(1-\delta)S
\end{tikzcd}$$

$$C \begin{cases} \xrightarrow{q} C^+ = \max\{0, uS(1-\delta) - K\} \\ \xrightarrow{1-q} C^- = \max\{0, dS(1-\delta) - K\} \end{cases}$$

Der Wert des Duplikationsportfolios entwickelt sich gemäß (vgl. Mostowfi 2000, 60):

$$N \cdot S + B \begin{cases} \xrightarrow{q} Nu(1-\delta)S + (1+r)B + NuS\delta = NuS + (1+r)B \\ \xrightarrow{1-q} Nd(1-\delta)S + (1+r)B + NdS\delta = NdS + (1+r)B \end{cases}$$

Daher kann für eine Option mit konstanter Dividendenrate die gleiche Bewertungsformel abgeleitet werden wie für eine Option ohne Dividende, nur mit folgender Modifikation der Gleichung (22) zu:

$$C_{u^j d^{n-j}} = max[0, u^j \ d^{n-j} \ (1-\delta)^n \ S - K] \ .$$

Setzt man dies in Gleichung (24) ein, kann der Wert einer europäischen Call Option mit Dividendenzahlung ermittelt werden. Analog liefert diese Modifikation der Gleichungen (23) und (25) den Wert einer europäischen Put Option mit Dividendenzahlungen.

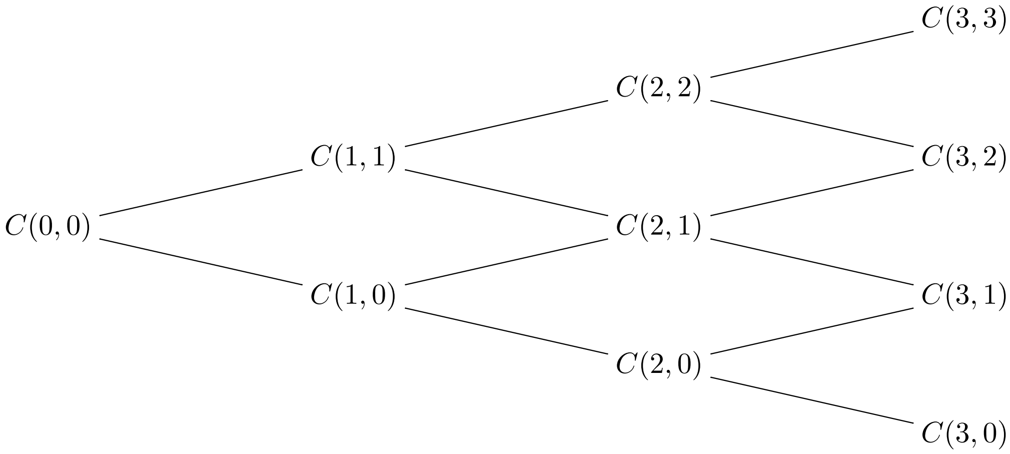
Bei Optionen amerikanischen Typs muss in jedem Knoten geprüft werden, ob die sofortige Ausübung oder das Halten der Option sinnvoll ist. Der Fortführungswert der Option mit Dividende gleicht im Einperiodenfall:

$$C = \frac{p \ C^+ + (1-p) \ C^-}{1+r} \ ,$$

daher gilt für den Gleichgewichtswert einer amerikanischen Call Option im Einperiodenfall bei konstanter Dividendenrate:

$$C = max \left[S - K, \ \frac{p \ C^+ + (1-p) \ C^-}{1+r} \right]$$

Für den Mehrperiodenfall wird die Notation $C(n-i, j)$ eingeführt für den zustandsabhängigen Wert eines Call i Perioden vor dem Laufzeitende $t = n$ mit j Aufwärtsbewegungen und $n - j - i$ Abwärtsbewegungen des Underlying. Die ersten drei Perioden der Wertentwicklung werden in Abbildung 8 veranschaulicht:



Quelle: Mostowfi (2000, 61)

Abbildung 8: Zustandsabhängige Werte einer Call Option mit dreiperiodiger Laufzeit

Im Mehrperiodenfall entsprechen die Endzustände am Laufzeitende der amerikanischen Option denen der europäischen, da keine Fortführung mehr möglich ist:

$$C(n,j) = max[0, u^j \ d^{n-j} \ (1-\delta)^n \ S - K] \ , \text{ mit } j = 0,1,\ldots,n \ .$$

Für die Zeitpunkte $t = n - i$ $(i > 0)$ vor Laufzeitende gilt für einen Call:

$$C(n-i,j) = max\left[u^j \ d^{n-i-j} \ (1-\delta)^{n-i} \ S - K, \ \frac{p \ C(n-i+1,j+1) + (1-p) \ C(n-i+1,j)}{1+r}\right] \ , \quad \text{mit } j = 0,1,\ldots,n-i \ .$$

Analog lässt sich für den amerikanischen Put mit Dividenden herleiten:

$$P(n,j) = max[0, K - u^j \ d^{n-j} \ (1-\delta)^n \ S] \ , \text{ mit } j = 0, \ 1, \ldots, \ n \ ,$$

$$P(n-i,j) = max\left[K - u^j \ d^{n-i-j} \ (1-\delta)^{n-i} \ S, \ \frac{p \ P(n-i+1,j+1) + (1-p) \ P(n-i+1,j)}{1+r}\right] \ , \quad \text{mit } j = 0,1,\ldots,n-i \ .$$

Soll nicht in jedem Handelsintervall eine Dividendenauszahlung stattfinden, so sei $\nu(n,i)$ die Anzahl der ausstehenden Dividendentermine i Perioden vor dem Verfalltermin und die zustandsabhängigen Werte eines Call (analog für einen Put) seien, mit $\Delta t = t/n$:

$$C(n,j) = max[0, u^j \ d^{n-j} \ (1-\delta)^{\nu(n,0)} \ S - K] \ , \text{ mit } j = 0,1,\ldots,n \ . \tag{26}$$

$$C(n-i,j) = max\left[u^j \ d^{n-i-j} \ (1-\delta)^{\nu(n,i)} \ S - K, \ \frac{p \ C(n-i+1,j+1) + (1-p) \ C(n-i+1,j)}{(1+r)^{\Delta t}}\right] \ , \quad \text{mit } j = 0,1,\ldots,n-i \ . \tag{27}$$

3.2.4.5 Kritische Würdigung des Binomialmodells

Das Binomialmodell ermöglicht eine viel flexiblere Modellierung von Realoptionen als das Black-Scholes-Modell. Komplexe Realoptionen und variable Dividendenzahlungen können damit modelltechnisch besser erfasst werden. Es liefert zudem für amerikanische Verkaufsoptionen mit oder ohne Dividende und für amerikanische Kaufoptionen mit Dividende nicht nur eine Wertuntergrenze, wie das Black-Scholes-Modell (s. Abschnitt 3.2.3). Weiterhin ist das Binomialmodell leichter zu kommunizieren (vgl. Tomaszewski 2000, 142), da es intuitiver zu durchschauen und anzuwenden ist als das Black-Scholes-Modell, und es kann zudem unter gewissen Annahmen gegen die Black-Scholes-Formel konvergieren (s. Abschnitt 3.2.4.3).

Dennoch ist auch beim Binomialmodell die Modellierung eingeschränkt, solange im mehrperiodigen Fall die Rekombinierbarkeit des Baumes angestrebt wird. Bei einem rekombinierbaren Binomialbaum gilt:

$$u\ d\ S = d\ u\ S$$

und daher gibt es in jedem Zeitschritt k nur $k+1$ zustandsabhängige Werte. Das wird dadurch „erkauft", dass u und d über die Optionslaufzeit konstant bleiben und daher ein Random Walk mit unveränderbaren Parametern bzgl. seines Erwartungswerts und seiner Varianz der Modellierung zu Grunde gelegt wird. Auch für die Dividenden dürfen nur gewisse Ausprägungen gewählt werden (s. Abschnitt 4.5.5). Weicht man von diesen Voraussetzungen ab, so dass das Underlying beliebigen Zufallsprozessen folgen darf, erhält man einen nicht rekombinierenden Wertebaum für S mit bis zu 2^k Zuständen im Zeitschritt k. Angesichts der heutigen Rechnergeschwindigkeit ist das bis zu einer gewissen Größe von k ohne weiteres umsetzbar. In der neueren Literatur wurden eine Reihe von Algorithmen und Modellen entwickelt, um Optionen zu bewerten, die auf nicht rekombinierbaren Binomialbäumen basieren (vgl. Charalambous/Christofides/Constantinide 2007; Jäckel 2000; Kaut/Wallace 2003). Auf diese Techniken soll hier nicht weiter eingegangen werden und im Rahmen dieser Arbeit wird zwar auf solche Binomialbäume hingewiesen, jedoch nur mit solchen modelliert, welche nur $k+1$ Zustände im Schritt k haben.

4 Modellierung von Realoptionen mit dem Binomialmodell

4.1 Ziele und Anwendungsmöglichkeiten des Optionspreismodells

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Optionspreismodell soll die Akquisitionskandidaten, welche während der Screeningphase identifiziert und in die Engere Wahl genommen wurden, in eine quantitative Rangfolge bringen. Dabei soll ein grober Unternehmenswert ermittelt werden, welcher aus dem traditionellen Unternehmenswertanteil ohne Handlungsflexibilitäten besteht und einem Realoptionsanteil mit expliziter Berücksichtigung von Flexibilität. Gemäß Gleichung (1) in Abschnitt 2.2.3.5 resultiert dabei ein Wertintervall je Zielunternehmen:

$$Unternehmenswert \in [NPV_{DCF}; NPV_{DCF} + NPV_{RO}]$$

Bei der Grobbewertung sollten nur die Realoptionen mit dem höchsten Wertgehalt beachtet und insgesamt eine stark komplexitätsreduzierte Bewertung durchgeführt werden. Das ist deshalb sinnvoll, weil nur auf öffentlich zugängliche Informationen zurückgegriffen werden kann, denn nur bei einer Due Diligence nach Unterzeichnung der Vorverträge dürfen Insiderinformationen vom Zielunternehmen aus preisgegeben werden. Dies machen die Compliance-Regelungen für Unternehmen deutlich (vgl. Wecker 2008, 79-81).

Die ermittelte quantitative Rangfolge der Grobbewertung soll eine weitere Entscheidungshilfe bieten, neben der qualitativen Rangfolge basierend auf dem „strategic fit", „cultural fit" und „financial fit". Ob eine Rangfolge aussagekräftiger ist als die andere, oder ob sie mittels einer Gewichtung zu einer einzigen Rangfolge vereinigt werden sollen, ist eine rein subjektive Ansicht und bleibt dem Anwender überlassen.

Weiterhin kann das entwickelte Modell zur Detailbewertung des Unternehmens während der Transaktionsphase herangezogen werden, wenn alle erforderlichen Informationen zugänglich sind. Dann sollte auch der Komplexitätsgrad in einem sinnvollen Maße erhöht werden, indem mehr Realoptionen und deren Interdependenzen hinzukommen (s. Abschnitt 4.7).

Das Modell eignet sich auch, um Rangfolgen für beliebige Investitionsmöglichkeiten, z.B. F&E-Projekte, aufzustellen, wenn das Management wegen beschränkter Kapital- und Personalausstattung eine Auswahl treffen muss.

Ein der Bildung einer Rangfolge untergeordnetes Ziel des Modells ist es, die restriktiven Annahmen des Binomialmodells soweit es geht zu relaxieren, ohne die Eigenschaft der Rekombinierbarkeit zu verlieren (siehe 3.2.4.5 und 4.4).

Bei der Modellierung wird auch an geeigneten Stellen immer wieder versucht sinnvolle Vereinfachungen zu berücksichtigen. Im Abschnitt 4.7.1 z.B. wird diskutiert, unter welchen Voraussetzungen die Hinzunahme bzw. Sicherung weiterer Realoptionen sinnvoll ist und wann sie kaum eine Wertsteigerung für das Investitionsvorhaben mit sich bringen.

Im Abschnitt 4.9 wird außerdem vorgeschlagen, wie das Zusammenwirken von Optionen verschiedener Unternehmensebenen berücksichtigt werden kann. Diese Ausführungen bleiben jedoch auf einer qualitativen Ebene, da eine mathematische Einbindung dieses Zusammenwirkens in das Modell den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

4.2 Prozess der Realoptionsbewertung

Der in diesem Abschnitt vorgestellte neunstufige Prozess zur Bewertung von Akquisitionskandidaten unter Berücksichtigung ihrer Realoptionen basiert auf dem sechsstufigen Prozess von Müller (vgl. 2003, 262-271) zur Realoptionsbewertung und wird an geeigneten Stellen angepasst und erweitert, um den Zielen des vorliegenden Modells gerecht zu werden.

1. Zu Beginn wird mit dem DCF-Verfahren zuerst der klassische Barwert des Underlying bestimmt ohne Abzug der Investitionskosten (s. Abschnitt 2.2.2.2). Es muss darauf geachtet werden, dass keine Flexibilitäten, welche in Schritt fünf herangezogen werden, bereits im DCF-Wertanteil Berücksichtigung finden, damit keine Doppelerfassung und somit eine Wertverzerrung erfolgt.
2. In einem zweiten Schritt werden die wesentlichen Unsicherheitsquellen identifiziert, die auf den Wert des Underlying einwirken (siehe 4.5.1).
3. Darauf basierend wird die Volatilität des Underlying bestimmt (siehe 4.5.1).
4. Mit dem Barwert aus Schritt 1 als Startwert $S(0,0)$ wird anhand der Volatilität der Wertebaum des Underlying generiert (siehe 4.5.1). Zudem sind nun die zeitabhängigen Dividenden zu ermitteln (s. Abschnitt 4.5.5) und in den Wertebaum zu integrieren (siehe 4.6).
5. Im fünften Schritt sind die vorhandenen oder möglichen Handlungsflexibilitäten mit ihren Laufzeiten und sonstigen Ausprägungen zu bestimmen.
6. Der Wert der so erstellten (komplexen) Realoption ist unter Berücksichtigung etwaiger Interdependenzen mit den rekursiven Bewertungsformeln zu berechnen (siehe 4.6 und 4.7).
7. Im Anschluss können wichtige Wettbewerbseffekte auf die bisher als exklusiv behandelte (komplexe) Realoption modelliert werden (siehe 4.8).
8. Dieses Vorgehen ist für alle Ebenen im Unternehmen von der untersten, der Einzelprojektebene, bis zur Gesamtunternehmensebene durchzuführen (siehe 4.9).
9. Am Ende ist der Gesamtwert des jeweiligen Akquisitionskandidaten zu bilden. Basierend auf diesem Gesamtwert und unter Einbeziehung von Sensitivitätsanalysen sind eine oder mehrere Rangfolgen aufzustellen (siehe 4.10).

Auf die Identifikation oder Schaffung von Realoptionen aus Schritt fünf wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen. In den Abschnitten 4.6 und 4.7 werden hierzu geeignete Annahmen getroffen. In der Literatur existiert eine Reihe von Ansätzen zum Identifizieren und Schaffen von Realoptionen (vgl. Leithner/Liebler 2003, 227-236; Peske 2002, 101-116; Stellmaszek 2010, 62-75; Witt 2003, 130-133). Im Zusammenhang mit M&A ist noch anzumerken, dass einige Realoptionen nur entstehen, bzw. geschaffen werden können, aus der individuellen Kombination des erwerbenden Unternehmens und des Zielunternehmens, etwa durch die Kombination von Patenten, Know-How oder Marktzugängen. Diese Realoptionen können individuelle Unternehmenswerte begründen, da sie nur den Zielen und der Strategie des erwerbenden Unternehmens und der von der Ausstattung beider Unternehmen abhängen (s. auch 2.2.1).

Wie im Abschnitt 4.1 dargestellt, sind für die Grobbewertung während des Screening natürlich nur die werthaltigsten Realoptionen eines Zielunternehmens und deren ergebniswirksamsten Interdependenzen zu berücksichtigen. Eine detailliertere Bewertung erfolgt in der Transaktionsphase.

4.3 Kriterien zur fairen Bildung einer Reihenfolge von Akquisitionszielen

Damit die am Ende erzielte Rangfolge konsistent und aussagekräftig ist, muss während der Bewertung auf einige Punkte geachtet werden.

Parameter müssen, wenn sie mehrere Akquisitionskandidaten beeinflussen für sie alle identische Annahmen, Werte und Wertentwicklungen aufweisen, wie z.B. der Parameter risikoloser Zinssatz oder die Marktnachfrage für Zielunternehmen, die auf dem gleichen Markt agieren.

Bei der Herleitung von Parametern für verschiedene M&A-Kandidaten muss darauf geachtet werden, dass historische, marktvergleichende und simulationsbasiert-zukunftsweisende Herleitungsmethoden, wo möglich, konsistent eingesetzt werden, d.h. z.B. die Nachfrageschwankungen für Kandidaten, die auf verschiedenen Märkten agieren, möglichst mit den gleichen Herleitungsmethoden ermittelt werden. Zu einer besseren Abschätzung empfiehlt sich die Verwendung mehrerer Methoden und eine konsistente Setzung von Annahmen, um aus der resultierenden Bandbreite einen bestimmten Wert zu wählen. Dieses Vorgehen sollte v.a. im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse auf die Ergebniswirksamkeit bezüglich der einzelnen Kandidaten und deren Rangfolge geprüft werden (siehe 4.5.1 und 4.10).

Weiterhin ist zu beachten, dass die Feinheit der Zeitschritte muss für alle zu vergleichenden Zielunternehmen auf den verschiedenen Geschäftsebenen gleich gewählt wird (siehe 4.5.3 und 4.9).

4.4 Annahmen des Bewertungsmodells und mögliche Relaxierungen

Die Annahmen des Binomialmodells wurden im Abschnitt 3.2.4.2 vorgestellt:

1. Es liegt ein vollkommener Kapitalmarkt vor (d.h. es gibt keine Steuern oder Transaktionskosten, Leerverkäufe sind erlaubt, alle Zahlungsströme beliebig teilbar, Kapitalanlage und -aufnahme ist unbegrenzt zum risikolosen Zinssatz möglich),
2. ein konstanter risikoloser Zinssatz wird angenommen,
3. die Kapitalmarktteilnehmer weisen homogenen Erwartungen bzgl. der möglichen Kurse des Basisinstruments am Optionslaufzeitende auf,
4. die Kapitalmarktteilnehmer handeln rational,
5. die Höhe und zeitliche Struktur anfallender Dividenden ist bekannt,
6. der Wert des Basisobjekts entwickelt sich gemäß einem bekannten Zufallsprozess.

Die Annahmen werden im Rahmen dieses Modells zum Teil folgendermaßen relaxiert:

1. Die Annahme des vollständigen Kapitalmarktes wird gelockert und die daraus resultierende Duplikationsproblematik und der Umgang mit ihr berücksichtigt (siehe 4.5.1 und). Es wird aber zur Vereinfachung weiterhin davon ausgegangen, dass keine Steuern oder Transaktionskosten existieren, Leerverkäufe erlaubt sind, alle auf dem Kapitalmarkt vorhandenen Zahlungsströme beliebig teilbar und die Kapitalanlage und -aufnahme unbegrenzt zum risikolosen Zinssatz möglich ist.
2. Statt einem konstanten risikolosen Zinssatz, werden in Abschnitt 4.5.4 Möglichkeiten zur stochastischen Modellierung eines variablen risikolosen Zinssatzes und seiner Einbindung in das Modell vorgestellt.
3. Die Kapitalmarktteilnehmer weisen weiterhin homogenen Erwartungen bzgl. der möglichen Kurse des Basisinstruments am Optionslaufzeitende auf.
4. Die Kapitalmarktteilnehmer handeln weiterhin rational.
5. Die Höhe und zeitliche Struktur anfallender Dividenden kann stochastisch modelliert werden, solange die Dividenden ein relativer Anteil des Wertes des Underlying sind und keine Zahlungsströme in absoluten Geldbeträgen darstellen (siehe 4.5.5).
6. Der Wert des Basisobjekts entwickelt sich zwar weiterhin gemäß einem bekannten Zufallsprozess, doch sind Eingriffe in seine Verteilung möglich, ohne die Eigenschaft der Rekombinierbarkeit aufgeben zu müssen (siehe 4.5.1).
7. Der Ausübungspreis kann zudem ebenfalls konstant gehalten oder stochastisch modelliert werden.
8. Abschließend dürfen auch Wettbewerbseffekte angenommen und berücksichtigt werden (siehe 4.8).

4.5 Modellierung einzelner Werttreiber

4.5.1 Modellierung des Underlying und seiner Volatilität

Die **Volatilität des Underlying** ist ein zentraler Werttreiber der Option, da sie ihren Inneren Wert und ihren Zeitwert bestimmt. Bei Realoption tritt jedoch auch der Fall auf, dass das Underlying vor Optionsausübung nicht existiert und daher seine Volatilität nicht gemessen werden kann.

Es werden vier Arten von Volatilität unterschieden, die historische, erwartete, implizite und zukünftige Volatilität. Durch Zeitreihenanalysen der Standardabweichung der vergangenen Erträge des Basisobjekts von ihrem Erwartungswert wird die **historische Volatilität** ermittelt. Existiert das Basisobjekt noch nicht, können für die Zeitreihenanalyse vergleichbare am Markt gehandelte Assets herangezogen werden. Weiß man um zukünftige Ereignisse, die eine Veränderung in der historischen Volatilität des Underlying hervorrufen werden, wie z.B. eine Unternehmensübernahme, so tritt die **erwartete Volatilität** an die Stelle der historischen. Die **zukünftige Volatilität** beruht auf Simulationen, z.B. die Monte-Carlo-Simulation. Dafür sind jedoch Verteilungsannahmen für die wichtigsten Risikoeinflüsse auf das Underlying zu treffen. Die **implizite Volatilität** kommt eher selten zum Einsatz. Wenn ein Optionswert vorliegt, der subjektiv für richtig gehalten wird, und wenn alle anderen Optionswerttreiber bekannt sind, kann die Volatilität aus der Optionspreisformel hergeleitet werden (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 261).

Ernst/Schneider/Thielen (vgl. 2008, 266-268) schlagen u.a. konkret folgende Methoden zur Bestimmung der Volatilität vor: die Vergleichsmethode, die Methode der Wertzerlegung und die Zurückführung auf Einflussfaktoren. Bei der **Vergleichsmethode** wird die Wertentwicklung eines vergleichbaren Projekt bzw. eines Unternehmen herangezogen, d.h. die historischen Daten $S_{t_1}, \dots, S_{t_n}$, und aus ihnen die Standardabweichung der logarithmierten Renditen geschätzt und diese als Approximation für die Volatilität des Underlying verwendet:

$$\sigma^2 = \frac{Var\left(\ln\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right)\right)}{\Delta t}$$

Solche Daten liegen nicht immer vor, und es ist auch zu hinterfragen, wie aussagekräftig die vergangene Volatilität der Vergleichsobjekte für die zukünftige Volatilität des Underlying ist.

Die **Methode der Wertzerlegung** kann verwendet werden, wenn der Wert des Basisobjekts additiv in seine Wertanteile zerlegbar ist:

$$S_t = \sum_i A_t^i \ .$$

Ist deren Varianz und die Kovarianzen zwischen ihnen bekannt, kann die Gesamtvarianz ermittelt werden gemäß:

$$Var(S_t) = \sum Var(A_t) + \sum_{i \neq j} Cov(A_t^i, A_t^j) \ .$$

Die einzelnen Varianzen und Kovarianzen können unter Umständen auch aus historischen Daten von Projekten abgeleitet werden, die hinsichtlich des betreffenden Wertanteils jeweils vergleichbar sind.

Bei der **Zurückführung auf Einflussfaktoren** benötigt man ein Modell, das die Abhängigkeit des Basiswerts S_t von seinen Einflussfaktoren $X_1, \ldots, X_n$ darstellen kann:

$$S_t = F(X_1, \ldots, X_n) \ .$$

Die Einflussfaktoren sind Zufallsvariablen. Kann ihre Verteilung und gegenseitige Abhängigkeit festgestellt werden, so kann auf die Varianz von S_t geschlossen werden. Die statistischen Eigenschaften von $X_1, \ldots, X_n$ können bei vorhandenem Datenmaterial entweder aus historischen Daten abgeleitet oder mittels Monte-Carlo-Simulation simuliert werden. Im letzteren Fall erhält man für S_t eine ganze Datenreihe, aus welcher die Varianz des Basisobjekts ermittelt und so seine Volatilität errechnet werden kann.

Die Volatilität mancher Risikoquellen ist einfacher zu bestimmen, als die von anderen. Daher sollte grundsätzlich geprüft werden, ob eine schwer zu bestimmende Risikoquelle, wie z.B. die Volatilität des Unternehmenswerts, abhängig ist von Einflussfaktoren, deren Volatilität leichter herzuleiten ist, wie die der Preisvolatilität von Rohstoffen oder anderer Inputfaktoren, oder auch die der Absatzpreise eigener Produkte (vgl. Koch 1999, 100-101).

In den letzten Ausführungen wurde ersichtlich, dass Realoptionen mehreren Unsicherheitsquellen unterliegen können. Diese komplexen Realoptionen werden gemäß Abschnitt 2.2.3.4 Regenbogenoptionen genannt. Dabei ist anzumerken, dass Unsicherheit den Wert einer Option nicht immer erhöht. Vor allem im Rahmen von F&E treten technische Unsicherheiten auf, die nicht durch Abwarten, sondern durch Vorantreiben der Forschung gesenkt werden können. Der Wert einer Verzögerungsoption würde in diesem Fall durch die technische Unsicherheit nicht gesteigert werden, sondern das Unternehmen muss in das Projekt investieren und das F&E-Team sich mit dem Projekt beschäftigen, um mehr darüber zu lernen. Nur so kann die technische Unsicherheit abgebaut werden (Peske 2002, 125-126). Daher darf bei der Verzögerungsoption der Anteil der technischen Unsicherheit an der gesamten Unsicherheit nicht berücksichtigt werden, damit er nicht wertsteigernd in die Volatilität des Basisobjekts eingeht. Die Unsicherheitsquellen, welche den Wert einer Option nicht steigern, sind also aus der Volatilitätsherleitung und -modellierung auszulassen.

Müller (vgl. Müller 2003, 264-266) zeigt auf, wie durch die Herleitungsmethoden „historische Zeitreihenmodellierung“, „Simulation“ und „Kapitalmarktdaten vergleichbarer

Unternehmen", ein Wertebereich für die Volatilität bestimmt werden kann. Nach dem Treffen gewisser Annahmen kann ein konkreter Wert für die Volatilität aus diesem Wertintervall gewählt werden. Der Einfluss dieser Annahmen auf das Ergebnis ist im Rahmen von Sensitivitätsanalysen zu prüfen.

Im Zusammenhang mit Realoption ist weiterhin zu bedenken, dass die Einflussparameter auf das Risiko des Basisobjekts nicht alle exogen vorgegeben sind, sondern das Management kann durch seine Handlungen das Risiko steigern oder reduzieren. Bei Realoptionen ist somit das **Risiko z.T. endogen**. Das bedeutet, dass sich die Volatilität im Zeitablauf durch Eingriffe seitens des Managements, durch Lerneffekte oder auch durch exogene Einflüsse über längere Zeitabschnitte ändern kann. Wird im Binomialmodell eine konstante Volatilität unterstellt, so ergeben sich im Schritt k jeweils $k+1$ Zustände ($k = 0, \ldots, n$, $n = t/\Delta t$). Denn es gilt von einem Schritt k aus:

$$u_k \ d_{k+1} \ S(k, \cdot) = d_k \ u_{k+1} \ S(k, \cdot) \ , \quad \text{da} \quad u_k = u_{k+1} \ , \ d_k = d_{k+1} \ ,$$

mit $S(k, j)$ bei j Aufwärtsbewegungen seit $k = 0$ und $j = 0, \ldots, k$. Dieser Zusammenhang gilt nicht mehr, wenn die Volatilität σ nicht mehr konstant ist. Bei **variabler Volatilität** während der Optionslaufzeit ist die Rekombinierbarkeit des Binomialbaums der Wertentwicklung von S nicht mehr gegeben und es können je nach Änderungshäufigkeit von σ pro Schritt bis zu 2^k Zustände eintreten. Die Volatilität σ kann wie im Abschnitt 3.2.4.3 in das Binomialmodell eingehen:

$$u = e^{\ \sigma\sqrt{\frac{t}{n}}} \quad \text{und} \quad d = e^{\ -\sigma\sqrt{\frac{t}{n}}} = \frac{1}{u}$$

Ist σ nun variabel und folgt einem Zufallsprozess, so ändern sich die Werte von u und d von Zeitintervall zu Zeitintervall und es können daher je Zeitintervall k bis zu 2^k Zustände eintreten. Wie in Abschnitt 3.2.4.5 erwähnt, wird auf solche Binomialbäume hier nicht weiter eingegangen.

Zur variablen Volatilität ist noch anzumerken, dass wegen $\sigma \geq 0$, zur Modellierung dementsprechend ein geometrischer Zufallsprozess verwendet werden sollte. Natürlich kann σ auch für einige hintereinanderliegende Intervalle, z.B. für jeweils ein Jahr oder ein Monat, als fest angenommen werden, so dass die Anzahl der möglichen Zustände verringert wird. Bei variabler Volatilität bietet es sich sehr an, mehrere Modellierungen durchzuführen und auf ihre Ergebniswirksamkeit zu prüfen.

Der **Ausgangswert S des Underlying** zum Startzeitpunkt kann mit Hilfe des DCF-Verfahrens hergeleitet werden, da das Underlying ein realer (zukünftiger) Vermögensgegenstand ist ohne Berücksichtigung von Flexibilität (vgl. Peske 2002, 122). Die bekannte Duplikationsproblematik im Zusammenhang mit Realoptionen führt dazu, dass wenn der Markt unvollständig ist und daher kein zum Underlying perfekt korreliertes Duplikationsportfolio erstellt werden kann, aus dem Markt auch keine eindeutige Bewertung für die Option herleitbar ist. Nach Dangl/Kopel (vgl. Dangl/Kopel 2003, 56-61) liegt das daran, dass das Gleichgewicht auf einem unvollständigen Markt nicht für jeden beliebigen Zahlungsstrom einen Marktwert festlegt. Es können bestenfalls obere und/oder untere Grenzen für den Marktwert ermittelt werden, so dass die Werte in diesem Intervall Arbitrage ausschließen. Dangl/Kopel weisen darauf hin, dass es u.U. problematisch sein kann das Replikationsportfolio aus risikoloser Anlage/Kredit und Zahlungsstrom des Underlying zu bilden, da, selbst wenn der Optionswert damit repliziert werden kann, der unvollständige Kapitalmarkt diesem Replikationsportfolio nicht unbedingt einen eindeutigen Marktwert zuweist. Sie schlagen vor zur Ermittlung der oberen und unteren Wertschranken Marktportfolios zu bilden, welche den Zahlungsstrom des Basisobjekts streng dominieren oder von diesem streng dominiert werden. Somit würde bei Marktgleichgewicht und Annahme der Arbitragefreiheit das günstigste dominierende bzw. das teuerste dominierte Portfolio die obere bzw. untere Schranke festlegen. Auch Liu (vgl. Liu 2010, 441-457) leitet für das Verbundoptionenmodell von Geske eine Möglichkeit her, gute obere und untere Schranken für die Optionsbewertung zu ermitteln, wenn das Underlying nicht gehandelt wird.

Das Problem des unvollständigen Kapitalmarktes begegnet dem Unternehmensbewerter bereits beim DCF-Verfahren, d.h. bei der Bewertung des Unternehmens ohne Berücksichtigung der Flexibilität. Für die Realoptionsbewertung muss eine Lösung verwendet werden, die konsistent ist zu der, welche bei der Bewertung mit der DCF-Methode gewählt wurde, damit der resultierende Gesamtunternehmenswert laut Abschnitt 2.2.3.5 auf widerspruchsfreien Annahmen basiert:

$$Unternehmenswert \in [NPV_{DCF}; NPV_{DCF} + NPV_{RO}]$$

Man kann bei der Unternehmensbewertung auch auf die Verwendung des Kapitalmarktes und daher auf die Duplikation verzichten. Dann ist der resultierende Unternehmenswert rein subjektiv, da sowohl im Anteil des klassischen Unternehmenswerts, als auch bei der Realoptionsbewertung die Parameter nur auf subjektiven Einschätzungen beruhen.

Die Wertentwicklung des Underlying selbst folgt im Binomialmodell einem Random Walk, der ein nicht-stationärer Prozess ist, so dass S bei langer Laufzeit Werte annehmen kann, die sehr von dem Startwert abweichen. Dies wird über die Volatilität σ gesteuert und über die Parameter u und d. Unter Beibehaltung des Random Walk und konstanter Parameter u und d kann, wenn nötig, der Wertentwicklungsbaum von S modifiziert werden, wenn Werte in den Knoten $S(k, j)$ die bekannte Ober- und/oder Untergrenze des Wertes für S zum Zeitpunkt k über- oder unterschreiten. Nachdem in einem ersten Durchlauf der Wertentwicklungsbaum erstellt wurde, wird in allen Knoten, deren Wert die Obergrenze überschreitet, der Wert durch den Wert der Obergrenze $\overline{S}(k)$ ersetzt. Dieser darf auch vom Zeitintervall k abhängig sein. Analog für die Werte in den Knoten unterhalb der Untergrenze $\underline{S}(k)$. Durch die Einführung der Obergrenze kann der Optionswert gesenkt und durch die Untergrenze kann er gesteigert werden.

Soll S jedoch einem Zufallsprozess folgen, bei dem u und d nicht konstant sind während der Laufzeit, kann es u.U. wieder zu einem Binomialbaum mit 2^k zuständen im Schritt

k kommen. Wie in Abschnitt 3.2.4.5 ausgeführt, sind solche Bäume nicht Gegenstand dieser Arbeit.

4.5.2 Modellierung des Ausübungspreises

Der Ausübungspreis K wird bei Optionsausübung bei einer Kaufoption gezahlt und bei einer Verkaufsoption empfangen. Bei einem Call können dies die Investitionskosten für das Investitionsprojekt sein, oder der Unternehmenskaufpreis bei einer M&A-Transaktion. Der Ausübungspreis ist oft schwer zu prognostizieren, weil er oft nicht absehbar ist, wie z.B. die Kosten eines F&E-Projekts, oder weil er von Verhandlungen abhängt, wie etwa der zu zahlende Unternehmenspreis. Bei einem Put kann dies der Restwert eines abgebrochenen Projekts sein, oder der Verkaufswert eines Unternehmens(-teils).

Setzt man entsprechende Annahmen für K in $t = 0$ bei der Optionsbewertung, so ist weiterhin zu entscheiden, ob der Ausübungspreis während der Laufzeit konstant oder volatil sein soll und sich deterministisch oder stochastisch verhalten (vgl. Koch 1999, 101; Peske 2002, 127). Für eine Laufzeit über mehrere Jahre ist die Annahme eines konstanten Ausübungspreis meist nicht sinnvoll. Selbst wenn K durch Vertragsabsprachen gesichert werden kann, sind etwa Preisgleitklauseln zu beachten. Ohne Vertragsabsprachen sollten Risikoeinflüsse und zumindest Inflationseffekte auf den Ausübungspreis untersucht werden. Basierend auf diesen Untersuchungen kann der Ausübungspreis entsprechend modelliert werden. Da gilt $K \geq 0$ sollten bei der stochastischen Modellierung geometrische Zufallsprozesse zum Einsatz kommen.

Sind die deterministischen oder stochastischen Zustände $K(t)$ im Zeitverlauf bekannt, werden sie bei der Optionspreisberechnung zu den dazugehörigen Zeitpunkten eingesetzt. Daher sollten die Zeitintervalle bei der Modellierung der einzelnen Parameter deckungsgleich sein mit denen des Optionspreisbaumes. Am Beispiel der Gleichungen (26) und (27) wären dann die zustandsabhängigen Werte eines amerikanischen Call mit Dividende:

$$C(n,j) = max[0, u^j \ d^{n-j} \ (1-\delta)^{\nu(n,0)} \ S - K(n)] \ , \text{ mit } j = 0,1,\ldots,n \ . \tag{28}$$

$$C(n-i,j) =$$
$$max\left[u^j \ d^{n-i-j} \ (1-\delta)^{\nu(n,i)} \ S - K(n-i), \ \frac{p \ C(n-i+1,j+1) + (1-p) \ C(n-i+1,j)}{(1+r)^{\Delta t}}\right] \ ,$$
$$\text{mit } j = 0,1,\ldots,n-i; \ i = 0,\ldots,n; \ n = \frac{t}{\Delta t} \tag{29}$$

Bei seinen numerischen Auswertungen stellt Koch (vgl. 1999, 107-109) fest, dass bei einer vollkommen positiven Korrelation $\rho_{S,K} = 1$ zwischen den Wertentwicklungen des Basisobjekts S und dem Ausübungspreis K, der Zeitwert der Option abnimmt wenn sich die Volatilitäten σ_S und σ_K annähern. Der Zeitwert nimmt den Wert Null an wenn

$\sigma_S = \sigma_K$. Da sich im letzteren Fall die Werte des Basisobjekts und des Ausübungspreises völlig identisch entwickeln, kann der Basiswert gegenüber dem Ausübungswert nicht steigen und die Option keinen Zeitwert haben. Bei einer vollkommen negativen Korrelation ist wegen den gegenläufigen Wertentwicklungen ein hoher Zeitwert der Option festzustellen und ein Abwarten daher unter den gleichen Umständen sinnvoll.

Um zu einem Ausübungspreis, oder einem möglichen Werteintervall für ihn zu gelangen, müssen also eine Reihe von Annahmen getroffen werden. Diese sollten hinterfragt und im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse ihre Wertwirkung ermittelt werden, da der Ausübungspreis den Optionspreis stark beeinflusst. Zudem müssen im Verlauf des Projekts oder der M&A-Transaktion diese Annahmen stets auf ihre Gültigkeit hin überprüft werden.

4.5.3 Überlegungen bezüglich der Laufzeit

Die Bestimmung der Optionslaufzeit t ist, wie in Abschnitt 2.2.3.3 erwähnt, meist mit Schwierigkeiten verbunden. Liegen Lizenzen, Patente oder andere gesetzliche oder vertragliche Rechte vor, ist die Laufzeit durch sie vorgegeben. Ohne solche Rahmenbedingungen ist die Laufzeit oft vom Agieren der anderen Wettbewerber abhängig. Denn, wenn diese die Option zuerst ausüben, kann sie stark an Wert verlieren oder ganz wertlos werden. Bei einer sogenannten „Perpetual Option“ gibt es keinerlei Laufzeitbeschränkungen, sprich die Laufzeit ist unendlich. Daher wird für solche Optionen ein kritischer Wert für das Basisobjekt ermittelt, so dass die Ausübung für alle Werte über diesem kritischen Wert optimal ist (vgl. Peske 2002, 128).

Bei Akquisitionsoptionen gilt es den Zeitraum zu schätzen, in welchem die Möglichkeit zum Unternehmenserwerb gegeben ist, abhängig von dem Markt- und Wettbewerbsumfeld (vgl. Koch 1999, 101). Handelt es sich um Optionen, die mit dem Unternehmenserwerb einhergehen und auf der Einzelprojekt- oder Geschäftsbereichsebene angesiedelt sind, so ist es sinnvoll deren Laufzeit auf die Detailplanungsphase, i.d.R. 3 bis 5 Jahre, zu beschränken. Ernst/Schneider/Thielen (vgl. 2008, 259) begründen diese Herangehensweise damit, dass der Mehrpreis für die Option sich für den Käufer in dieser Zeit amortisieren sollte.

Realoptionen auf Investitionsprojekte können zudem durch physikalische Gegebenheiten, wie Lebensdauer von Maschinen, beschränkt sein, oder ökonomische Gegebenheiten, wie dem Produktlebenszyklus oder der Projektlaufzeit. Die Projektlaufzeit wiederum hängt vom Wert der Abbruchoption ab, d.h. wie viel durch das Abbrechen und Veräußern des Projektes gewonnen werden kann. Wird das Projekt abgebrochen, verfallen automatisch alle anderen Optionen auf das Projekt (vgl. Peske 2002, 128).

Bei der Modellierung der Optionsparameter, des Wertentwicklungsbaumes des Basisobjekts und des Optionspreisbaumes für die einzelnen Optionen ist jeweils darauf zu achten, dass die Zeitintervalllänge gleich fein gewählt wird, um eine Vergleichbarkeit zwischen den Optionen und den Akquisitionskandidaten zu gewährleisten.

4.5.4 Bedeutung und Modellierung eines stochastischen Zinssatzes

Der Zinssatz wird im klassischen Binomialmodell, beim klassischen Black-Scholes-Modell und in der einfachen Version des DCF-Verfahrens als konstant über die Laufzeit hin angenommen. Ingersoll/Ross (vgl. 1992) zeigen, dass ein Underlying, welches an sich keinen Optionscharakter besitzt, sondern vollständig deterministisch ist, durch die Unsicherheit bezüglich des Zinssatzes optionsähnliche Eigenschaften erhält. Schulmerich (vgl. 2010) zeigt ebenfalls die Wichtigkeit der Verwendung stochastischer Zinssätze auf. Er stellt eine Reihe von stochastischen Modellen zur Modellierung der Zeitstruktur von Zinssätzen vor, wie etwa die Interpolation der Zinssatzkurve mit kubischen Splines, oder die stochastische Modellierung durch Ein- und Mehrfaktormodelle (vgl. 2010, 71-132). Im Anschluss daran zeigt er auf, wie Realoptionen mit stochastischen Zinssätzen bewertet werden können (vgl. 2010, 133-196).

Da in der vorliegenden Arbeit die Wertentwicklung von S unabhängig ist vom Zinssatz, behält der Wertentwicklungsbaum seine typische Struktur bei. Bei der Optionspreisfindung jedoch, geht der Zinssatz sowohl bei der Pseudowahrscheinlichkeit p, als auch im Nenner der Bewertungsformel in jedem Zeitschritt ein. Daher werden die Pseudowahrscheinlichkeiten mit dem Zinssatz schwanken. Am Beispiel der Gleichungen (28) und (29) wären dann die zustandsabhängigen Werte eines amerikanischen Call mit Dividende:

$$C(n,j) = max[0, u^j \; d^{n-j} \; (1-\delta)^{\nu(n,0)} \; S - K(n)] \text{ , mit } j = 0, 1, \ldots, n \; . \tag{30}$$

$$C(n-i,j) =$$
$$max\left[u^j \; d^{n-i-j} \; (1-\delta)^{\nu(n,i)} \; S - K(n-i), \; \frac{p' \; C(n-i+1, j+1) + (1-p') \; C(n-i+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}}\right] \; ,$$
$$\text{mit } j = 0, 1, \ldots, n-i; \; r' = r(n-i); \; p' = p(r(n-i)) \tag{31}$$

Aus Gründen der Konsistenz ist darauf zu achten, dass für den Unternehmenswertanteil, der durch das DCF-Verfahren ermittelt wird, der gleiche risikofreie Zinssatz im Zeitablauf verwendet wird, wie bei dem Unternehmenswertanteil basierend auf der Realoptionsbewertung. Auch für die Vergleichbarkeit unter den Akquisitionskandidaten muss für alle Zielunternehmen, die auf dem gleichen Markt agieren und für welche daher der gleiche risikofreien Zinssatz gilt, auch gleiche Annahmen und Modellierungen für diesen zu Grunde liegen. Inwieweit der risikofreie Zinssatz z.B. verschiedener Länder vergleichbar ist, ist nicht Gegenstand dieser Arbeit und sollte in der jeweiligen Akquisitionssituation untersucht werden.

4.5.5 Modellierung der Dividende

Bei Finanzoptionen stellen Dividenden Zahlungen dar, die dem Halter des Basisobjekts während der Optionslaufzeit zukommen oder abfließen, aber nicht dem Optionshalter auf das Basisobjekt. Bei einer Realoption auf einen Unternehmenserwerb können dies Unternehmenserträge sein, die nicht wieder in das Unternehmen reinvestiert werden. In Abschnitt 2.2.3.3 wurde bereits ausgeführt, dass bei Realoptionen auch der Optionshalter Dividenden empfangen kann. Beispielsweise durch die Erträge von Agrarland, für welches er die Option besitzt es in Bauland umzuwandeln. Bis zum Ausüben der Option kommen ihm die Agrarerträge als Dividenden zu (vgl. Peske 2002, 126). Im Zusammenhang mit Realoptionen sollten die Opportunitätskosten der Nicht-Ausübung der Option, z.B. beim Verzögern eines Investitionsprojekts und seiner potentieller Rückflüsse, ebenfalls in Form von Dividenden modelliert werden. So können Dividenden bei amerikanischen Realoptionen dazu führen, dass sie frühzeitig ausgeübt werden.

Dividenden können als absolute Zahlungen, oder relativ zum Underlying vorliegen. Desweitern können sie in den Parametern Höhe und Auszahlungsgewissheit, sprich dem Auszahlungszeitpunkt, sicher oder unsicher sein. Die sicheren Parameterausprägungen wiederum können konstant bzw. regelmäßig, oder variabel bzw. unregelmäßig sein. Solange die Dividenden relativ zum Underlying sind, gilt bei konstanten u, d ab einem beliebigen Schritt k:

$$d\ (1-\delta_2)\ u\ (1-\delta_1)\ S(k,\cdot) = u\ (1-\delta_2)\ d\ (1-\delta_1)\ S(k,\cdot)$$

Daher können Dividenden solcher Form beliebigen Zufallsprozessen folgen, ohne die typische Struktur des Binomialbaumes der Wertentwicklung des Underlying zu verändern.

Bei Dividenden, welche als absolute Werte modelliert sind, gilt hingegen, selbst wenn sie als konstant angesetzt sind:

$$d\ (u\ S(k,\cdot)-\delta)-\delta = d\ u\ S(k,\cdot)-d\ \delta-\delta \neq u\ d\ S(k,\cdot)-u\ \delta-\delta = u\ (d\ S(k,\cdot)-\delta)-\delta$$

und der Binomialbaum verästelt sich wieder zu 2^k Zuständen im Schritt k.

Fließen dem Optionshalter Dividenden zu, solange er die Option nicht ausübt, so muss geprüft werden, ob das Objekt auf welches er Dividenden erhält und das Basisobjekt der Realoption übereinstimmen. Im Sinne des obigen Beispiels stimmen die beiden Objekte überein, solange der Eigentümer des Agrarlandes dieses verkaufen möchte, ohne es vorher zu erschließen, d.h. selbst in Bauland umzuwandeln. Bei übereinstimmenden Objekten ist auch ihre Wertentwicklung identisch und die Dividenden, die dem Optionshalter zu- und abfließen, können im gleichen Wertebaum modelliert und gegengerechnet werden.

Möchte der Eigentümer des Agrarlandes dieses selbst erschließen, um es dann teurer zu verkaufen, so ist das Basisobjekt seiner Realoption erschlossenes Bauland S_{eB}, das Objekt jedoch, auf welches er Agrarerträge erhält, Agrarland S_A. Diese Agrarerträge müssen außerhalb des Wertebaums von S_{eB} modelliert werden und können dann mit der Dividende auf das erschlossene Bauland, welche dem Optionshalter entgeht, gegengerechnet werden, z.B. indem man sie jeweils als Prozentwert von $S_{eB}(0,0)$, also dem erschlossenen Bauland zum Zeitpunkt $k = 0$, ausdrückt. Dann errechnet sich $S_{eB}(k,j)$ aus:

$$S_{eB}(k,j) = u^j \; d^{k-j} \prod_{l=0}^{k} (1 - (\delta_{eB}(l) - \delta_A(l))) \; S_{eB}(0,0)$$

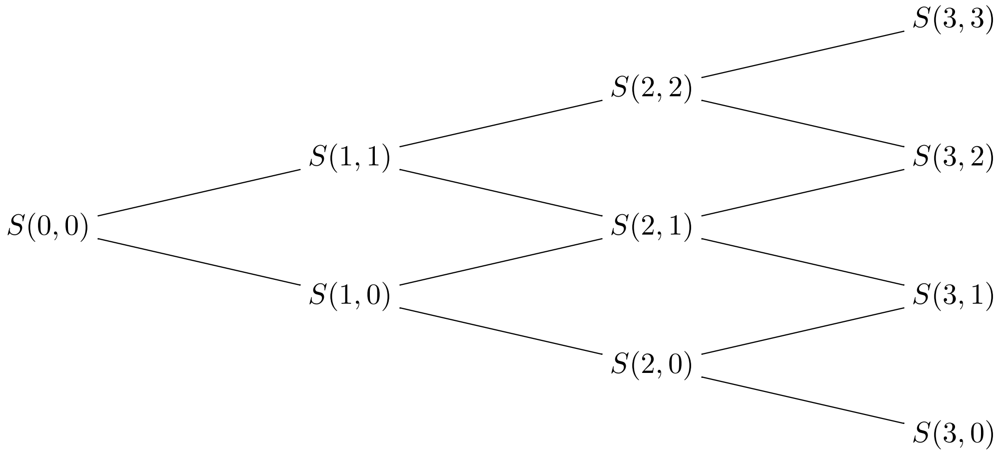
$$\text{mit} \qquad \delta_A(l) = \frac{\widetilde{\delta_A(l)} \; S_A(\cdot,\cdot)}{S_{eB}(0,0)}$$

4.5.6 Beachten der Zeitverzögerung bei Optionsausübung

Eine weitere Besonderheit bei Realoptionen im Vergleich zu Finanzoptionen ist, dass die Optionsausübung oft kein Momentereignis ist, sondern ein längeres Zeitintervall sein kann. Bei einer Finanzoption erhält man bei Ausübung das Underlying innerhalb einer vernachlässigbar kleinen Zeitspanne. Bei einer Realoption muss das Underlying oft erst geschaffen werden. In einem volatilen Marktumfeld kann daher das Ausüben einer Option zuerst sinnvoll erscheinen, doch bis das Basisobjekt erstellt ist, können sich die Marktgegebenheiten wieder nachteilig entwickelt haben. In der Zeit bis zur Fertigstellung des Underlying kann der Eigentümer zudem keine Rückflüsse oder keine Rückflüsse in voller Höhe erhalten. An dieser Stelle wird nur darauf verwiesen, dass in der Literatur verschiedene Ansätze vorherrschen, um diese Zeitverzögerungen zu berücksichtigen und die Optionsstrategie adäquat anzupassen (vgl. Amend 2000, 82-83).

4.6 Modellierung unabhängiger Realoptionen

Im Abschnitt 4.2 wurde die Vorgehensweise bei der Optionsbewertung skizziert und dargestellt, dass nach der Ableitung aller Optionswerttreiber zuerst der Wertentwicklungsbaum für das Underlying und daraus der Optionspreisbaum für den Optionswert generiert wird (vgl. Ernst/Schneider/Thielen 2008, 282). Im Rahmen dieser Arbeit soll nur auf drei wichtige Realoptionen eingegangen werden, die *Verzögerungsoption* aus der Kategorie der Lernoptionen, die *Erweiterungsoption* aus der Kategorie der Wachstumsoptionen und die *Abbruchoption mit Erlangung eines Restwerts* aus der Kategorie der Absicherungsoptionen (s. 2.2.3.4). Da die *Schrumpfoption* aus der Kategorie der Absicherungsoptionen analog zur Erweiterungsoption modellierbar ist, wird sie ebenfalls an geeigneter Stelle berücksichtigt werden. Die Ausführungen lehnen sich z.T. an Copeland/Koller/Murrin (vgl. 2000, 411-418) und Schulmerich (vgl. 2010, 139-142) an. Diesem Abschnitt soll die bereits eingeführte Notation zu Grunde liegen mit Schrittzählung k, $k = 0, \ldots, n$ mit $n = t/\Delta t$ und $S(k,j)$ für j Aufwärtsbewegungen seit $k = 0$ und $j = 0, \ldots, k$. Der Wertentwicklungsbaum für drei Zeitschritte k würde für S so notiert werden:



Quelle: Eigene Darstellung (vgl. Mostowfi 2000, 61)

Abbildung 9: Wertentwicklungsbaum des Underlying S für drei Zeitschritte k

Dabei errechnet sich $S(k, j)$ aus:

$$S(k,j) = u^j \ d^{k-j} \prod_{l=0}^{k} (1 - \delta(l)) \ S(0,0) \tag{32}$$

mit $\delta(k)$ die Dividende zum Zeitschritt k. Dabei kann auch $\delta(k) = 0$ gelten, wenn keine Dividende in k erfolgt. Die Dividende $\delta(k)$ kann positiv oder negativ sein, je nachdem, ob dem Optionshalter im Netto Dividenden entgehen oder zukommen.

Die **Verzögerungsoption** ermöglicht dem Optionsinhaber den Investitionsbeginn hinauszuzögern, um etwa wichtige Informationen abzuwarten zur Senkung von Unsicherheit i.V.m der Investition. Beispielsweise kann der Investor abwarten und beobachten, ob sich der Zielmarkt gut entwickelt, oder eher schrumpft. Diese amerikanische Call Option kann mit Gleichungen (30), (31) und (32) mit zeitabhängiger Dividende, Zins und Ausübungspreis so modelliert werden:

$$C(n,j) = max[0, S(n,j) - K(n)] \ , \ \text{mit } j = 0, 1, \ldots, n \ . \tag{33}$$

$$C(n-i,j) =$$
$$max \left[S(n-i,j) - K(n-i), \ \frac{p' \ C(n-i+1, j+1) + (1-p') \ C(n-i+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}} \right] \ ,$$
$$\text{mit } j = 0, 1, \ldots, n-i; \ r' = r(n-i); \ p' = p(r(n-i)) \tag{34}$$

Das heißt, dass nach jedem Schritt geprüft wird, ob die Investition getätigt oder die Option gehalten, also weiterhin abgewartet werden soll. Der Ausübungspreis K kann natürlich nicht nur von der Zeit abhängen, sondern z.B. von der Entwicklung von S, da der Verkäufer des Zielunternehmens wahrscheinlich einen höheren Preis verlangen wird, wenn sich der Unternehmenswert positiv entwickelt. Die Optionswertbeeinflussung der Korrelation zwischen den Wertentwicklungen von K und S wurde kurz im Abschnitt 4.5.2 diskutiert. Der Optionshalter kann sich u.U. vertraglich eine Deckelung für den Ausübungspreis sichern. Mit Hilfe der Realoptionsbewertung kann er als Verhandlungsgrundlage eine Obergrenze für diese Optionsprämie ermitteln, indem er die Differenz zwischen dem Wert der Realoption mit und ohne Deckelung des Ausübungspreises berechnet.

Zur Modellierung der **Erweiterungsoption** kann angenommen werden, dass einmal in der gesamten Laufzeit zu jedem beliebigen Schritt k das laufende Investitionsvorhaben um einen gewissen Prozentsatz e des Werts des Basisobjekts $S(k,\cdot)$ erweitert werden kann bei Zahlung eines Investitionsbetrages I_e. Am Beispiel der Gleichungen (30) und (31) gilt dann für die zustandsabhängigen Werte eines amerikanischen Calls auf die Erweiterungsmöglichkeit, mit zeitabhängiger Dividende und, stochastischem Zins r':

$$C(n,j) = max[0, S(n,j), S(n,j)(1+e) - I_e] \text{ , mit } j = 0, 1, \ldots, n \text{ .} \tag{35}$$

$$C(n-i,j) =$$
$$max\left[S(n-i,j)(1+e) - I_e,\ \frac{p'\ C(n-i+1,j+1) + (1-p')\ C(n-i+1,j)}{(1+r')^{\Delta t}}\right] \text{ ,}$$
$$\text{mit } j = 0, 1, \ldots, n-i;\ r' = r(n-i);\ p' = p(r(n-i)) \tag{36}$$

Am Ende der Laufzeit $t = n$ hat das Underlying entweder den Wert Null, oder den „normalen“ Wert $S(n,j)$, wenn sich das Erweitern nicht lohnt, oder den erweiterten Wert $S(n,j)(1+e) - I_e$, wenn sich das Erweitern lohnt. Rekursiv lässt sich so der Optionspreisbaum bestimmen, wenn in jedem Knoten geprüft wird, ob es sich eher lohnt zu erweitern $S(n-i,j)(1+e) - I_e$, oder das Investitionsvorhaben unverändert weiterlaufen zu lassen. Analog lässt sich die *Schrumpfoption* modellieren, wenn für die Reduktion des Investitionsvorhabens um den Prozentsatz e der Betrag von I_e eingespart werden kann und der Vergleich in jedem Knoten mit $S(n-i,j)(1-e) + I_e$ durchgeführt wird.

Bei der **Abbruchoption** wird das Investitionsvorhaben abgebrochen und zum Restwert, also Ausübungspreis K veräußert. Am Beispiel der Gleichungen (30) und (31) gilt dann für die zustandsabhängigen Werte eines amerikanischen Put auf die Abbruchsmöglichkeit, mit zeitabhängiger Dividende, stochastischem Zins r' und zeitabhängigem Ausübungspreis $K(\cdot) \geq 0$:

$$P(n,j) = max[S(n,j), K(n)] \text{ , mit } j = 0, 1, \ldots, n \text{ .} \tag{37}$$

$$P(n-i,j) =$$
$$max\left[K(n),\ \frac{p'\ P(n-i+1,j+1) + (1-p')\ P(n-i+1,j)}{(1+r')^{\Delta t}}\right] \text{ ,}$$

$$\text{mit } j = 0, 1, \ldots, n-i;\ r' = r(n-i);\ p' = p(r(n-i)) \tag{38}$$

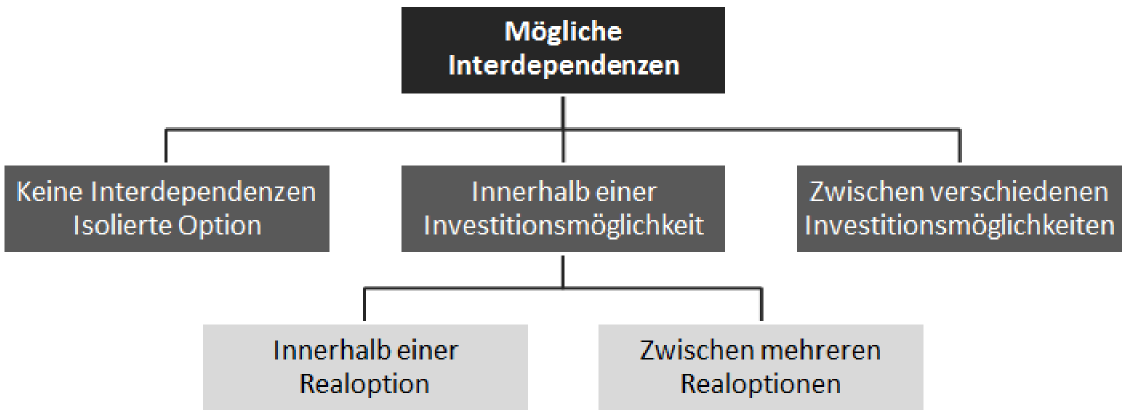
Das heißt, dass in jedem Knoten geprüft wird, ob die Fortführung des Investitionsvorhabens, oder sein Abbruch mit Veräußerung lohnender ist.

Realoptionen sind meist amerikanischen Typs und eine europäische Option ist bei sonst gleicher Parameterausprägung gleich viel oder weniger Wert als ihre amerikanische Version. Daher schlägt Peske (vgl. 2002, 120-121) vor, bei Bedarf bzw. als eine erste Annäherung die europäische Ausprägung einer Realoption als eine untere Grenze zu berechnen.

4.7 Modellierung interdependenter Realoptionen

4.7.1 Grundlegende Überlegungen zur Optionswertbeeinflussung durch Interdependenz

Im letzten Abschnitt wurden die drei Realoptionen „Verzögerungsoption“, „Erweiterungsoption“ und „Abbruchoption mit Erlangung eines Restwerts“ isoliert voneinander modelliert. In der Praxis stehen mit einer Investitionsmöglichkeit meist mehrere Handlungsflexibilitäten gleichzeitig und/oder nacheinander zur Verfügung, deren Wert jeweils von einander abhängt. Wie in Abbildung 10 dargestellt, können **Interdependenzen an verschiedenen Stellen** auftreten.



Eigene Darstellung in Anlehnung an Freihube (vgl. 2001, 142)

Abbildung 10: Interdependenzen nach dem Ort ihres Auftretens

Zum einen können Interdependenzen innerhalb einer Investitionsmöglichkeit, zum anderen zwischen mehreren Investitionsmöglichkeiten vorliegen. *Innerhalb einer Investitions-*

möglichkeit wiederum können Interdependenzen innerhalb einer Realoption oder zwischen Realoptionen bestehen. Interdependenzen *innerhalb* einer Realoption liegen beispielsweise vor bei der „Stilllegungs- und Wiedereröffnungsoption“ und der „Option zur Variation von In- und Output“ aus der Kategorie der Absicherungsoptionen. Diese bestehen aus einer Kombination von Puts und Calls. Die „Option der mehrstufigen Investition“ aus der Kategorie der Lernoptionen besteht aus mehreren interdependenten Calls. Bei Interdependenzen *zwischen* Realoptionen handelt es sich um Kombinationen verschiedener Realoptionen, wie etwa der drei Optionen aus dem letzten Abschnitt, der Verzögerungsoption, Erweiterungsoption und Abbruchoption. Diese Art von Abhängigkeit wird im nächsten Teilabschnitt betrachtet.

Die *Interdependenzen zwischen Investitionsmöglichkeiten* sind die komplexesten, da zu den Abhängigkeiten zwischen Realoptionen die Abhängigkeiten zwischen den Investitionsprojekten hinzukommen. Dies kann etwa bei Wachstumsoptionen vorkommen, wenn das Know-How und die Technologie eines Projekts oder Geschäftsbereichs in einem anderen verwertet werden können. Solche Abhängigkeiten zwischen Projekten liegen auch vor, wenn auf Grund von Kapital- und/oder Personalknappheit nicht alle zur Auswahl stehenden werthaltigen Investitionen durchgeführt werden können (vgl. Freihube 2001, 141-144; Meyer 2006, 170-171). Diese Art von Interdependenzbetrachtung ist nicht Gegenstand der weiteren Ausführungen.

Ein weiteres Charakterisierungsmerkmal sind **Interdependenzen bezüglich ihrer zeitlichen Reihenfolge**. Das Ausüben einer Abbruchoption vernichtet alle weiteren mit dem Investitionsvorhaben verbundenen Realoptionen. Das Ausüben einer Erweiterungsoption ändert den Wert des Underlying für alle folgenden Realoptionen auf dieses. Durch diese Wertsteigerung des Basisobjekts senkt die Wahrscheinlichkeit, dass nachgelagerte Put Optionen ausgeübt werden, und steigert die Ausübungswahrscheinlichkeit nachgelagerter Call Optionen Dies wird als *vorwärtsgerichtete Interaktion* bezeichnet. Bei der rückwärtsgerichteten Interaktion kann durch nachgelagerte Realoptionen der Wert des Underlying erhöht werden. So steigt der Wert vorgelagerter Calls und sinkt der Wert vorgelagerter Puts. Für den Gesamtwert der komplexen Realoption lässt sich festhalten, dass Interaktionen eines nachgelagerten Puts mit einem vorgelagerten Call positiv auf den Gesamtwert einwirkt, während Interaktionen eines nachgelagerten Calls mit einem vorgelagerten Put sich negativ auf den Gesamtwert auswirkt. Das Vorzeichen eines Interaktionseffektes wird also von der Reihenfolge der Realoptionstypen festgelegt (vgl. Peske 2002, 131-132). Für eine detaillierte Diskussion der Wertbeeinflussungen siehe Tomaszewski (vgl. 1999, 198-204).

Die interdependenten Realoptionen können nicht nur sequentiell, sondern auch parallel gelagert sein. Bei *sequentiellen* Optionen beginnt man bei der Bewertung der komplexen Realoption mit ihrer am weitesten nachgelagerten Option und arbeitet sich in der Zeit zurück zu t_0. Bei sich ausschließenden *parallelen* Handlungsmöglichkeiten wird für jeden zustandsabhängigen Wert die Handlungsmöglichkeit ausgewählt, die den Gesamtwert der komplexen Option maximiert.

Durch die bisherigen Ausführungen wird ersichtlich, dass im Allgemeinen nicht gilt, dass der Gesamtwert der interdependenten Optionen der Summe ihrer Einzelwerte entspricht. Diese **Nicht-Additivität** hängt laut Trigeorgis von folgenden Faktoren ab (vgl. Mostowfi 2000, 133; Peske 2002, 132-134):

1. gleiche oder unterschiedliche Optionstypen (Call zu Call bzw. Put zu Put, oder Call zu Put),
2. Laufzeiten und Abstände zwischen den Ausübungszeitpunkten,
3. europäische oder amerikanische Optionen,
4. Verhältnis zwischen aktuellem Wert des Underlying und dem Ausübungspreis (in-the-money oder out-of-the-money, s. Abschnitt 3.2.4.1),
5. zeitliche Reihenfolge des Auftretens der Optionen.

Trigeorgis leitet her, dass die Additivität von zwei Optionswerten nur dann gegeben ist, wenn es sich um zwei entgegengesetzte europäische Optionen, Call und Put, mit identischen Fälligkeitsterminen handelt (vgl. Trigeorgis 1996, 232). Für andere Konstellationen leitete er her, dass die Optionsinteraktionen mit abnehmender (bedingter) Wahrscheinlichkeit ihrer gemeinsamen Ausübung immer mehr abnimmt, und daher ihre Additivität zunimmt. Die Höhe der (bedingten) Wahrscheinlichkeit ihrer gemeinsamen Ausübung ist von den obigen fünf Faktoren abhängig.

Ist die Additivität zum Teil oder vollständig gegeben, d.h. der Wert der komplexen Realoptionen wächst beim Hinzufügen einer weiteren Option, spricht man davon, dass die Realoptionen zueinander *komplementär* sind. Eine Realoption erhöht also den Wert der komplexen Option, wenn sie zu den anderen enthaltenen Realoptionen komplementär ist, z.B. sind die Abbruchoption und die Wachstumsoption komplementär zueinander. *Substitutionale* Optionen senken den Wert der komplexen Realoption. So senkt die Abbruchoption den Wert der Verzögerungsoption (vgl. Witt 2003, 138). Substitutionale Optionen bieten ähnliche oder gleiche Handlungsmöglichkeiten an, bzw. schützen vor gleichen oder ähnlichen Risiken, wie die in der (komplexen) Realoption bereits berücksichtigten Optionen. Daher können bei der Bewertung komplexer Realoptionen diejenigen Realoptionen vernachlässigt werden, die kaum zusätzlich zum Wert beitragen, ohne, dass diese Vereinfachung zu einer wesentlichen Verschlechterung des Ergebnisses führt (vgl. Freihube 2001, 143-144; Peske 2002, 132). Sind die Handlungsmöglichkeiten also nicht alle bereits vorhanden, sondern müssen noch vertraglich oder anderweitig gesichert werden, kann so abgeschätzt werden, für welche Handlungsmöglichkeiten sich eine Zusicherung lohnt. Für Beispielbewertungen substitutionaler und komplementärer Optionen vergleiche Tomaszewski (vgl. 1999, 204-207).

4.7.2 Modellierung von Interdependenz

In diesem Abschnitt wird die Realoptionen „Verzögerungsoption“, „Erweiterungsoption“ und „Abbruchoption mit Erlangung eines Restwerts“ aus Abschnitt 4.6 für ein Investitionsvorhaben modelliert, d.h. es handelt sich um Interaktionen innerhalb einer Investitionsmöglichkeit zwischen mehreren Realoptionen. Bezüglich ihrer zeitlichen Reihenfolge müssen sowohl die Erweiterungs- als auch die Abbruchoption der Verzögerungsoption nachgelagert sein, da das Underlying für die beiden Optionen erst durch die Investition geschaffen wird. Wie im letzten Abschnitt erklärt, senkt die Abbruchoption den Wert der Verzögerungsoption. Ebenso senkt die Erweiterungsoption den Wert der Verzögerungsoptionen. Diese stehen also in einem substituierenden Verhältnis zueinander. Die Kombination aus Verzögerungs- und Abbruchoption kann bei deckungsgleichen Laufzeiten auch dazu führen, dass der Kombinationswert dem Wert der Verzögerungsoption alleine entspricht. Wenn nämlich der Wiederverkaufswert nach Abbruch unter den Investitionskosten liegt, was typischerweise der Fall sein dürfte, und der Wert des Investitionsvorhabens während der Laufzeit der Verzögerungsoption unter den Ausübungspreis der Verzögerungsoption, sprich unter die Investitionskosten sinkt, führt das dazu, dass gar nicht erst in das Investitionsvorhaben investiert wird und die Abbruchoption daher nicht zum Zuge kommen kann, da ihr Underlying nicht erschaffen wird.

Für die folgende Modellierung gilt weiterhin der Wertebaum des Underlying gemäß Abbildung 9 und Gleichung (32):

$$S(k,j) = u^j \ d^{k-j} \prod_{l=0}^{k} (1-\delta(l)) \ S(0,0)$$

mit $\delta(k)$ die Dividende zum Zeitschritt k.

Zuerst sollen die Erweiterungs- und Abbruchoption mit deckungsgleicher Laufzeit kombiniert werden. Für die Erweiterungsoption gilt wie in Abschnitt 4.6, dass einmal in der gesamten Laufzeit zu jedem beliebigen Schritt k das laufende Investitionsvorhaben um einen gewissen Prozentsatz e des Werts des Basisobjekts $S(k,\cdot)$ erweitert werden kann bei Zahlung eines Investitionsbetrages I_e. Da die Kombination aus einem Call und einem Put besteht, soll für die komplexe Realoption das Kürzel RO verwendet werden. Eine komplexe Realoption $RO_{A,E}$ amerikanischen Typs bestehend aus einer Erweiterungs- und Realoption kann modelliert werden als:

$$RO_{A,E}(n,j) = max[S(n,j)(1+e) - I_e, \ S(n,j), \ K_A(n)] \ , \text{ mit } j = 0, 1, \ldots, n \ . \quad (39)$$

$$RO_{A,E}(n-i,j) =$$
$$max\left[S(n-i,j)(1+e) - I_e, \ K_A(n), \ \frac{p' \ RO_{A,E}(n-i+1,j+1) + (1-p') \ RO_{A,E}(n-i+1,j)}{(1+r')^{\Delta t}}\right],$$

$$\text{mit } i = 1, \ldots, n;\ j = 0, 1, \ldots, n-i\ ;\ r' = r(n-i);\ p' = p(r(n-i))\ , \qquad (40)$$

mit $K_A(\cdot) > 0$ als dem Ausübungspreis der Abbruchoption, d.h. dem Wiederverkaufswert des abgebrochenen Investitionsvorhabens in Abhängigkeit von der Zeit. Analog kann die *Schrumpfoption* als $S(\cdot,\cdot)(1-e) + I_e$ hinzugenommen werden. In jedem zustandsabhängigen Wert ist also zu prüfen, welche Realoption am wertvollsten ist, und ob sie ausgeübt oder gehalten werden soll.

Nun werden die Erweiterungs-, Abbruchs- und Verzögerungsoption bei gleichzeitiger Laufzeit kombiniert. Die Kombination der drei Realoptionen als komplexe Realoption $RO_{A,E,V}$ (bestehend aus Calls und Puts) amerikanischen Typs mit deckungsgleicher Laufzeit kann folgendermaßen modelliert werden (Verzögerungsoption - Erweiterungsoption - Abbruchoption):

$$RO_{A,E,V}(n,j) = max[0, S(n,j) - K_V(n),\ S(n,j) - K_V(n) + S(n,j)\, e - I_e,\ K_A(n) - K_V(n)]\ ,$$

$$\text{mit } j = 0,\ 1, \ldots,\ n\ .$$

$$RO_{A,E,V}(n-i,j) =$$
$$max\Bigg[S(n-i,j) - K_V(n-i),\ S(n-i,j) - K_V(n-i) + S(n-i,j)\ e - I_e,$$
$$K_A(n) - K_V(n-i),\ \frac{p'\ RO_{A,E,V}(n-i+1,j+1) + (1-p')\ RO_{A,E,V}(n-i+1,j)}{(1+r')^{\Delta t}}\Bigg]\ ,$$

$$\text{mit } i = 1, \ldots, n;\ j = 0, 1, \ldots, n-i;\ r' = r(n-i);\ p' = p(r(n-i))\ , \qquad (41)$$

$K_V(\cdot) > 0$ der Ausübungspreis der Verzögerungsoption, also die Investitionskosten abhängig von der Zeit, und $K_A(\cdot) > 0$ der Ausübungspreis der Abbruchoption, d.h. der Wiederverkaufswert des abgebrochenen Investitionsvorhabens in Abhängigkeit von der Zeit. Da wieder Realoptionen amerikanischen Typs unterstellt werden, ist bei jedem zustandsabhängigen Wert zu prüfen, welche Realoption am wertvollsten ist, und ob sie ausgeübt oder gehalten werden soll. Der erste Teil $[S(\cdot,\cdot) - K_V(\cdot)]$ steht für die klassische Verzögerungsoption. Die Prüfung für die Erweiterungsoption $[S(\cdot,\cdot) - K_V(\cdot) + S(\cdot,\cdot)\, e - I_e]$ bedeutet, dass die Erweiterung nur nach der Erstinvestition $K_V(\cdot)$ durchgeführt werden kann, und auch nur, wenn sie den Wert des Underlying trotz ihren Kosten I_e steigert. Analog kann die *Schrumpfoption* mit $[S(\cdot,\cdot) - K_V(\cdot) - S(\cdot,\cdot)\ e + I_e]$ berücksichtigt werden. Für die Abbruchoption gilt, dass sie ebenfalls nur nach der Erstinvestition ausgeübt werden kann. Beim Ausüben der Abbruchoption wird das Investitionsvorhaben für $K_A(\cdot) > 0$ veräußert, d.h. der Wert des Underlying $S(\cdot,\cdot)$ wird durch seinen Restwert $K_A(\cdot)$ ersetzt, daher wird die Werthaltigkeit von $[K_A(\cdot) - K_V(\cdot)]$ geprüft. Nur in dem sehr unwahrscheinlichen Fall, dass der Wiederverkaufswert die Investitionskosten übersteigt, wird dieser Anteil werthaltig sein.

Die vorgestellte Modellierung gilt nur, solange die Verzögerungsoption gehalten wird, bzw. bis genau zu dem Zeitpunkt, in welchem sie ausgeübt wird, d.h. bis zum Zeitpunkt

$n-m,\ m < n$. Wird sie ausgeübt und die anderen beiden Optionen bestehen weiterhin, tritt der Fall der sequenziellen Anordnung ein, hier mit Überlappung der Laufzeiten aller drei Optionen zu Beginn. Für den nachgelagerten Zeitraum ohne Verzögerungsoption ab $n-m+1$ gilt die Modellierung der Gleichungen (39) und (40) mit $i = 1, \ldots, m-1$. Für den Zeitraum $[0, \ldots,\ n-m]$, in welchem alle drei Optionen ausgeübt werden können, müssen nur die zustandsabhängigen Werte am Ende der Laufzeit der Verzögerungsoption bzw. zum Zeitpunkt ihrer Ausübung modifiziert werden:

$$RO_{A,E,V}(n-m, j) = max \Bigg[0,\ K_A(n-m) - K_V(n-m),$$
$$S(n-m, j) - K_V(n-m) + S(n-m, j)\ e - I_e,$$
$$\frac{p'\ RO_{A,E}(n-m+1, j+1) + (1-p')\ RO_{A,E}(n-m+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}} - K_V(n-m)\Bigg],$$
$$\text{mit } 0 > m < n,\ j = 0, 1, \ldots, n-m;\ r' = r(n-m);\ p' = p(r(n-m))\ ,$$

wobei $RO_{A,E}(\cdot,\cdot)$ für die Möglichkeit steht, nach Ausübung der Verzögerungsoption, d.h. nach der Investition, gemäß der Modellierung in (39) und (40) im weiteren Verlauf die Erweiterungsoption oder Abbruchoption ausüben zu können. Aus dem Zusammenhang zwischen p' und u, d, r' folgt:

$$\frac{p'\ RO_{A,E}(n-m+1, j+1) + (1-p')\ RO_{A,E}(n-m+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}} \geq S(n-m, j)\ .$$

Daher kann $[S(n-m, j) - K_V(n-m)]$ aus der Prüfung auf den Maximalen Wert ausgelassen werden.

Im Zeitintervall $[0, \ldots,\ n-m]$ gilt analog zu (41) mit modifiziertem i:

$$RO_{A,E,V}(n-i, j) =$$
$$max \Bigg[S(n-i, j) - K_V(n-i),\ S(n-i, j) - K_V(n-i) + S(n-i, j)\ e - I_e,$$
$$K_A(n) - K_V(n-i),\ \frac{p'\ RO_{A,E,V}(n-i+1, j+1) + (1-p')\ RO_{A,E,V}(n-i+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}}\Bigg],$$
$$\text{mit } i = m+1, \ldots, n;\ 0 > m < n;\ j = 0, 1, \ldots, n-i;\ r' = r(n-i);\ p' = p(r(n-i))\ ,$$

Soll am Anfang nur die Möglichkeit für die Verzögerungsoption bestehen und daran die Laufzeit der Erweiterungs- und Abbruchoption anschließen, so gilt:

$$RO_V(n-m, j) =$$
$$max \left[0, \frac{p'\ RO_{A,E}(n-m+1, j+1) + (1-p')\ RO_{A,E}(n-m+1, j)}{(1+r')^{\Delta t}} - K_V(n-m)\right],$$
$$\text{mit } 0 > m < n,\ j = 0, 1, \ldots, n-m;\ r' = r(n-m);\ p' = p(r(n-m))\ ,$$

$$RO_V(n-i,j) = \ max \Bigg[S(n-i,j) - K_V(n-i), \\ \frac{p' \ RO_V(n-i+1,j+1) + (1-p') \ RO_V(n-i+1,j)}{(1+r')^{\Delta t}}\Bigg] ,$$

$$\text{mit } i = m+1,\ldots,n; \ 0 > m < n; \ j = 0,1,\ldots,n-i; \ r' = r(n-i); \ p' = p(r(n-i)) \ ,$$

4.8 Berücksichtigung von Wettbewerb

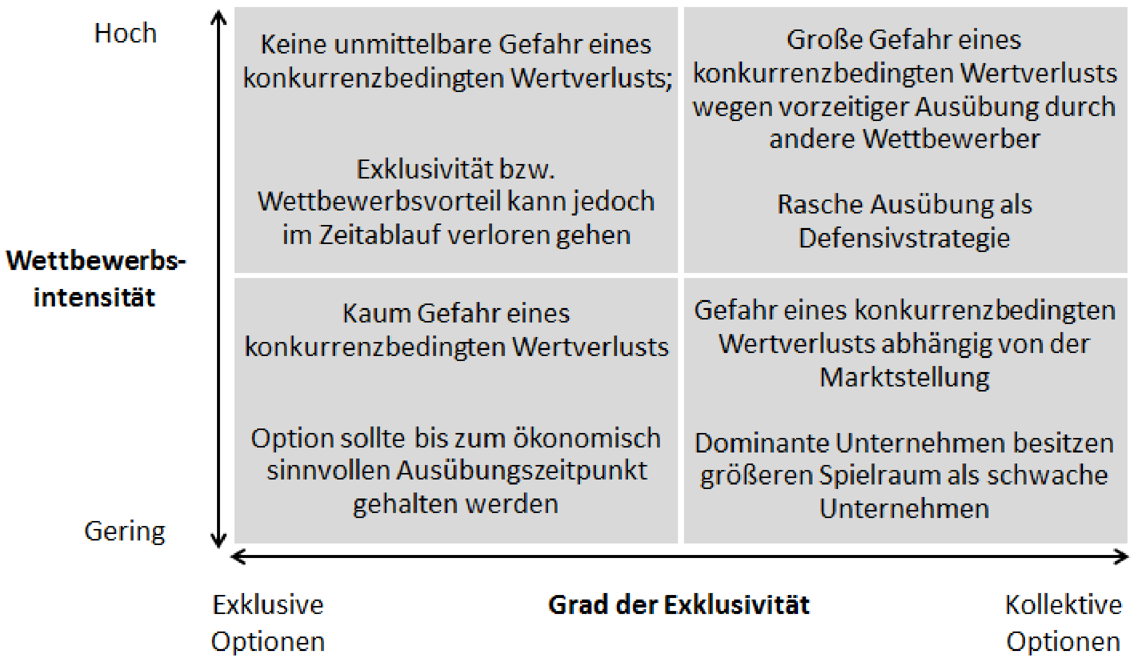
Dieser Abschnitt soll einen kurzen Überblick über Modellierungen aus der Literatur zur Berücksichtigung von Wettbewerb bei der Realoptionsbewertung geben, welche mit dem erarbeiteten Modell kombinierbar sind. Dass die Exklusivität von Realoptionen selten gegeben ist, wurde in den Abschnitten 2.2.3.3 und 2.2.3.4 angesprochen. Nicht exklusive, d.h. nicht durch z.B. vertragliche oder gesetzliche Regelungen geschützte Realoptionen sind kollektiv und können daher von mehreren Wettbewerbern ausgeübt werden.

Ob Wettbewerbseffekte zu berücksichtigen sind, hängt unter anderem von den **Marktstrukturen** ab. Liegt ein *Monopol* vor, braucht der Optionshalter bei der Ermittlung der optimalen Ausübungsstrategie keinen Wettbewerb zu berücksichtigen. Die Optionen eines Monopolisten sind quasi exklusiv. Im anderen Extrem, dem *vollkommenen Wettbewerb*, hat das Handeln des Optionshalter keine Auswirkung auf die Strategien der Wettbewerber. Der Optionshalter berücksichtigt bei seiner Strategiefestlegung also keine wechselseitige strategische Interaktion, sondern sieht zukünftige Handlungen der Wettbewerber als gegeben und optimiert basierend darauf seine Strategie. Solche Optionen sind also kollektive Optionen unter exogenem Wettbewerb. Solche Wettbewerbseinflüsse werden in der Literatur als deterministische oder stochastische Dividendenzahlung modelliert. Im Fall von *oligopolistischem Wettbewerb* sind sich die Marktakteure ihrer gegenseitigen Abhängigkeit bewusst und sie optimieren ihre Strategie unter Berücksichtigung der optimalen Strategie ihrer Wettbewerber. Diese Optionen sind kollektive Optionen unter endogenem Wettbewerb (vgl. Müller 2003, 271-272). Diese Wettbewerbseffekte sind schwierig zu modellieren, wie weiter unten in diesem Abschnitt ausgeführt wird (vgl. auch Müller 2003, 272).

Koch (vgl. 1999, 123) unterscheidet weiterhin in **direkte und indirekte Wettbewerbseffekte**. Ein *direkter* Wettbewerb liegt vor, wenn z.B. weitere potentielle Käufer in die Akquisitionsverhandlungen eintreten und so ein Preiskampf entsteht, der den Ausübungspreis K in die Höhe treibt. *Indirekter* Wettbewerb wirkt z.B. auf eine Akquisitionsoption ein, wenn das Zielunternehmen den Markt, in welchem es agiert wegen Ressourcenmangel nicht ausschöpfen kann und der Eintritt weiterer Wettbewerber droht. Der Halter der Akquisitionsoption kann in diesem Fall unter Umständen von seiner Verzögerungsoption nicht ausreichend Gebrauch machen, da er rasch handeln und sich Marktanteile sichern muss, um sich die potentiellen Cashflows nicht entgehen zu lassen.

Tomaszewski (vgl. 2000, 144) charakterisiert **positive und negative Wettbewerbseffekte**. Erwirbt ein Optionshalter durch eine frühzeitige Investition exklusive Vorteile, so hat er für einen sich *positiven* Konkurrenzeffekt erzielt, da für andere Wettbewerber das Underlying nicht mehr existiert oder der Ausübungspreis zu seinem Erwerb so stark angestiegen ist, dass es ökonomisch nicht mehr sinnvoll ist, es zu erwerben. Bewirkt jedoch die frühzeitige Investition einen Vorteil für alle Wettbewerber, so ist das für den Investor ein *negativer* Wettbewerbseffekt, da das Underlying jetzt für andere leichter zugänglich ist.

Anhand der beiden Dimensionen Grad der Exklusivität und Wettbewerbsintensität empfiehlt Kester (vgl. 1984, 159) folgendes Investitionsverhalten:

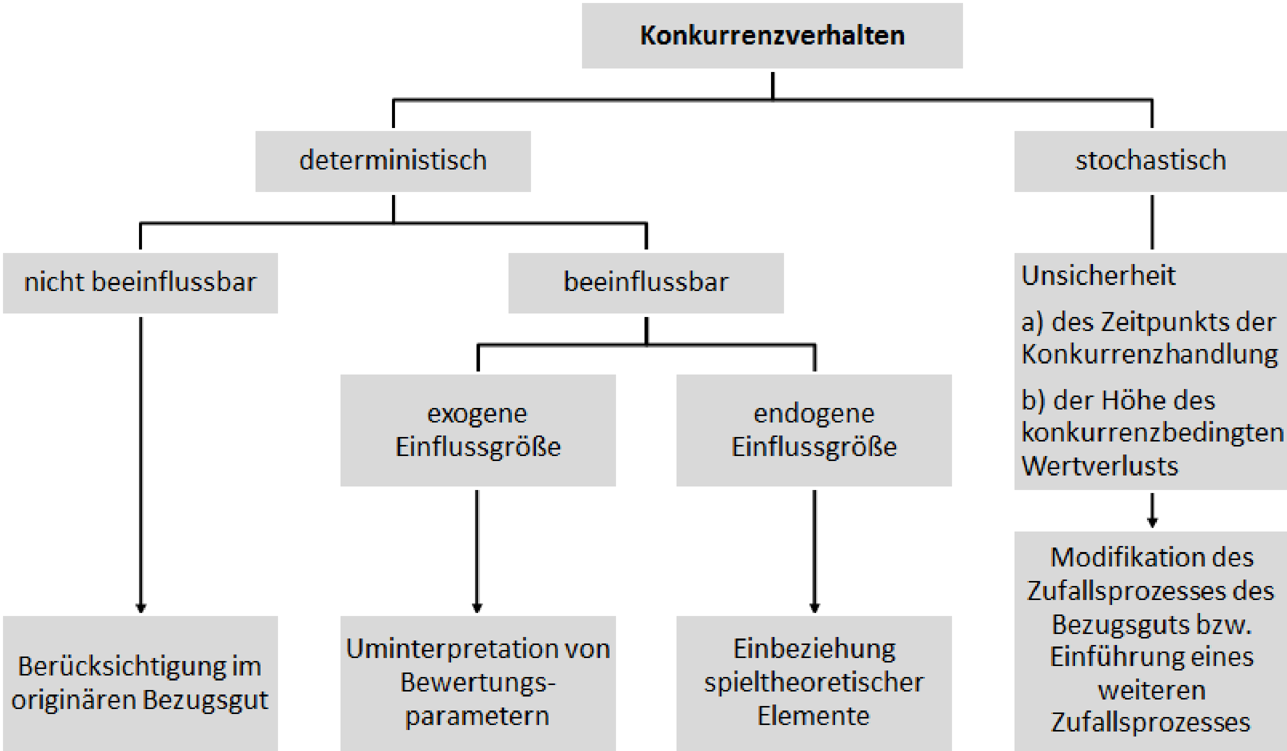


Quelle: Kester (vgl. 1984, 159), Koch (vgl. 1999, 129), Tomaszewski (vgl. 2000, 146)

Abbildung 11: Investitionsverhalten bei konkurrenzbedingten Wertverlusten

Je intensiver der Wettbewerb und je geringer der exklusive Vorteil, desto stärker müssen Wettbewerbseffekte bei der Formulierung der optimalen Ausübungsstrategie einbezogen werden. Umgekehrt können Wettbewerbseffekte bei hohem Grad an Exklusivität eher vernachlässigt werden, können aber bei hoher Wettbewerbsintensität wiederum im Zeitablauf zum Tragen kommen.

Abbildung 12 fasst das von Tomaszewski empfohlene Vorgehen zur Einbeziehung von Wettbewerbseffekten in die Modellierung zusammen, unter Beachtung der Beeinflussbarkeit und der stochastischen Eigenschaften des Wettbewerbs:



Quelle: Tomaszewski (2000, 153)

Abbildung 12: Möglichkeiten zur Einbeziehung des Konkurrenzverhaltens bei der Realoptionsbewertung

Im Anschluss folgen bei Tomaszewski detaillierte Ausführungen zur Berücksichtigung deterministischer Wettbewerbseffekte bei beeinflussbarem Konkurrenzverhalten (vgl. 2000, 155-175) und zur Berücksichtigung stochastischer Wettbewerbseffekte (vgl. 2000, 177-184). Tomaszewski führt auch aus, dass Wettbewerbseffekte sowohl im traditionellen Werteanteil DCF_I, wie auch im Realoptionsanteil RO_I am Gesamtwert V_I eines Investitionsvorhabens berücksichtigt werden müssen:

$$V_I = \widetilde{DCF_I} + \widetilde{RO_I} = (DCF_I \pm W_{nb}) + (RO_I \pm W_b) \ ,$$

mit W_{nb} als dem konkurrenzbedingten nicht beeinflussbaren Werteeffekt und W_b als dem konkurrenzbedingten beeinflussbaren Werteeffekt. Gemäß Gleichung (1) aus Abschnitt 2.2.3.5 würde im Zusammenhang dieser Arbeit also gelten:

$$Unternehmenswert \in [(DCF_I \pm W_{nb});\ (DCF_I \pm W_{nb}) + (RO_I \pm W_b)] \qquad (42)$$

Zur spieltheoretischen Berücksichtigung von Wettbewerb in oligopolistischen Marktstrukturen gehen Ferreira/Kar/Trigeorgis (vgl. 2009, 101-107) vereinfachen von zwei Oligopolisten aus und schlagen vor, verschiedene Wertbäume für das Underlying zu generieren, welche die unterschiedlichen Strategien der beiden Konkurrenten abbilden. Die vier Szenarien sind „keiner investiert“, „beide investieren“ und jeweils „einer der beiden investiert“. In jedem Szenario ist die Auswirkung auf den Markt anders, so dass z.B. unterschiedliche Markträumungspreise entstehen. Berücksichtigt man dies bei der Generierung des Wertebaums für das Underlying, so entstehen vier verschiedene Wertentwicklungsszenarien. In den jeweiligen Szenarien sind dann die dominierenden Strategien der Oligopolisten zu bestimmen und daraus die dominierende Strategie über alle Szenarien abzuleiten. Dieses spieltheoretische Vorgehen ist auch unter Verwendung dieses Modells möglich.

Die Berücksichtigung von Wettbewerbseffekten erhöht den Grad der Komplexität der Realoptionsbewertung zusätzlich. Daher ist immer abzuwägen inwieweit es sich lohnt diese in das Modell mit aufzunehmen. Zum einen spielen Wettbewerbseffekte vor allem bei strategischen Optionen eine Rolle. Wachstumsoptionen, darunter auch Akquisitionsoptionen, sind regelmäßig von Konkurrenzeffekten betroffen. Zudem hängt die Wichtigkeit der Wettbewerbseffekte von den gegebenen Marktstrukturen ab, ob etwa ein Oligopol besteht, und den Interaktionseffekten zwischen den Konkurrenten und den Marktparametern. Die Höhe der Investitionssumme und die Unsicherheit der Investition ist natürlich auch ausschlaggebend dafür, welcher Detailgrad und welche Komplexität bei der Bewertung gerechtfertigt sind.

4.9 Realoptionen unterschiedlicher Unternehmensebenen und der Unternehmensgesamtwert

Dieser Abschnitt geht auf den wichtigen Tatbestand ein, dass Realoptionen eines Unternehmens auf unterschiedlichen Ebenen anzutreffen sind, und wie diese bei der Bewertung der gesamten Akquisition zusammenspielen.

Realoptionen können auf der *Einzelprojektebene* angesiedelt sein, auf *Geschäftsbereichsebene* und auf der *Gesamtunternehmensebene*. Betrifft eine Realoption nur ein **einzelnes Projekt**, so kann der Wert des Projekts V_P unter Beachtung der bisherigen Modellierungen und Erkenntnisse des Kapitels 4 und Gleichung (42) aus Abschnitt 4.8 ermittelt werden, als:

$$V_P \in [(DCF_P \pm W_{nb})\ ;\ (DCF_P \pm W_{nb}) + (RO_P \pm W_b)]\,,$$

vorausgesetzt, es sind signifikante Wettbewerbseffekte zu berücksichtigen.

Auf **Geschäftsbereichsebene** können Realoptionen gemäß den Herleitungen des Kapitels 4 modelliert werden, solange keine Realoptionen unter ihnen auf der Einzelprojektebene sind. Denn, möchte man eine Realoption auf einen Geschäftsbereich modellieren, dessen Einzelprojektwerte bereits unter Berücksichtigung von Realoptionen ermittelt wurden, so ist der Gesamtwert der Einzelprojekte eines Geschäftsbereichs das Underlying für diese. Nicht nur der Wertanteil ohne Flexibilität von Einzelprojekten, sondern auch ihr Wertanteil unter Berücksichtigung von Handlungsmöglichkeiten innerhalb des einzelnen Projektes muss als Underlying für Realoptionen auf Geschäftsbereichsebene herangezogen werden. Wenn nun ein Geschäftsbereich erweitert, reduziert oder veräußert wird, wirkt sich das auf die Einzelprojekte und deren Realoptionen aus. Der Wertebaum des Underlying für Realoptionen auf Geschäftsbereichsebene ist also unter Einbeziehung der Realoptionen einzelner Projekte aufzustellen.

Auf Gesamtunternehmensebene lässt es sich noch besser nachvollziehen, dass das Underlying aus dem Unternehmenswert ohne Flexibilität besteht zuzüglich der Realoptionen der untergeordneten Geschäftsbereiche. Denn, wenn Realoptionen mancher Geschäftsbereiche oder Einzelprojekte unaufschiebbar sind, aber der Erwerb des Unternehmens verzögert wird, dann verfallen diese Realoptionen der untergeordneten Ebenen. Nur mit einem solchen „erweiterten Underlying“ können die Handlungsmöglichkeiten auf Gesamtunternehmensebene in ihrer vollen Tragweite bewertet werden.

Da das Zusammenspiel von Realoptionen unterschiedlicher Projekte und unterschiedlicher Geschäftsebenen sehr komplex ist, können sie nicht im Rahmen dieser Arbeit behandelt werden. An dieser Stelle besteht noch erheblicher Forschungsbedarf, wie solche Interaktionen sinnvoll modelliert werden können und inwieweit vereinfachende Annahmen getroffen werden dürfen, ohne allzu große Wertverzerrungen beim Bewertungsergebnis zu erhalten.

Eine zu untersuchende Herangehensweise wäre sich bei der Unternehmensbewertung von der Einzelprojektebene bis zur Gesamtunternehmensebene zu arbeiten. Dabei würde auf der untersten Ebene klassischerweise nur das Underlying aus dem DCF-Verfahren mittels u, d und δ modelliert werden und darauf aufbauend die Realoptionen mit dem Optionspreisbaum ermittelt. Nach der Berücksichtigung des Zusammenspiels zwischen den Einzelprojekten, würde das Underlying für die nächste Ebene also aus einem Wertebaum bestehen, welcher in jedem zustandsabhängigen Wert drei Komponenten enthält. Zum einen den klassischen DCF-Wert für alle seine Bestandteile, z.B. Einzelprojekte, welche keine Realoptionen enthalten und die wie gewöhnlich mittels u, d und δ modelliert werden. Zum anderen die Komponente, die alle Bestandteile inklusive dem Wert ihrer Handlungsmöglichkeiten für jeden zustandsabhängigen Wert enthält, also einer Kombination aus deren Underlying inklusive seiner Optionen in jedem Zeitschritt k und abhängig von der Gesamtentwicklung der Auf- und Abwärtsbewegung j. Die dritte Komponente ist die der Interdependenzen zwischen allen diesen Bestandteilen, d.h. sowohl derer mit, als auch ohne Realoptionen. Diese dürfte am schwierigsten zu bestimmen sein, doch kann untersucht werden, inwieweit diese Komponente in ihrer Komplexität reduziert werden darf, ohne das Bewertungsergebnis allzu stark zu verzerren. Dieser kombinierte Wertebaum, welcher nicht mehr allein den fixen Parametern u und d folgt, wäre das Underlying für die nächste Ebene, wobei beim Optionspreisbaum beachtet werden muss, wie untergelagerte Realoptionen auf die Realoptionen der darüber liegenden Ebene reagieren. Diese Informationen müssten zu jedem zustandsabhängigen Wert vorliegen und in die Modellierung geeignet einfließen. Analog kann für die nächsthöheren Ebenen verfahren werden, wobei untersucht werden muss, ob immer nur die nächsttiefere Ebene in den Wertebaum des erweiterten Basisobjekts einfließt, als Aggregat aller unter ihr liegenden, oder ob die Realoptionen der nun betrachteten höchsten Ebene auf einzelne Realoptionen tieferer Ebenen eine signifikante Auswirkung haben, die ebenfalls zu berücksichtigen ist. Bei diesem Vorgehen sind die Intervallschritte logischerweise so zu wählen, dass die Wertebäume der einzelnen Ebenen bezüglich der diskreten Zeitpunkte deckungsgleich sind. Wenn gewünscht und sinnvoll, kann die Feinheit der Intervallschritte zu den oberen Ebenen hin abnehmen, aber die dadurch berücksichtigten Zeitpunkte müssen immer in den Wertebäume darunter liegender Ebenen mit Werten versehen sein. Wie oben angemerkt, besteht hier noch erheblicher Forschungsbedarf, zur Modellierung der Interaktionen und zur sinnvollen Komplexitätsreduktion, wie z.B. der Approximation der Wertebäume solcher erweiterter Basisobjekte.

4.10 Sensitivtätsanalysen und Aufstellen von Rangfolgen von Investitionsmöglichkeiten

Im Verlauf des Kapitels 4 wurde mehrfach auf die Notwendigkeit von Sensitivitätsanalysen hingewiesen. Sie dienen dazu, die Wertbeeinflussung einzelner Annahmen, Parameter und Parameterkonstellationen auf das Endergebnis zu messen. Dabei kann ermittelt werden, welche Werte sich für ein Investitionsvorhaben ergeben bei einer bestimmten Bandbreite für die Parameterwerte. Zum anderen können „kritische Werte“ bestimmt werden, d.h. wie weit ein oder mehrere Parameter sich von ihrem ursprünglichen Wert entfernen können, ohne dass die Investition wertlos wird (vgl. Baecker/Hommel/Lehmann 2003, 19-20; Tomaszewski 2000, 75).

Die Sensitivitätsanalyse bei der vorliegenden Modellierung ist ebenfalls wichtig, um die Annahmen zur Duplikation zu überprüfen, da das Modell von einem unvollständigen Kapitalmarkt ausgeht, welcher u.U. nur arbitragefreie Werteintervalle zur Optionsbewertung liefert (siehe 4.5.1).

Für die Aufstellung der Rangfolge der Investitionsmöglichkeiten ist ebenfalls eine Sensitivitätsanalyse ratsam. Nachdem die einzelnen Akquisitionskandidaten unter Berücksichtigung ihrer Realoptionen bewertet wurden, ergibt sich für jedes potentielle Zielunternehmen l ein Wertintervall gemäß Gleichung (42) aus Abschnitt 4.8:

$$Unternehmenswert_l \in \left[(DCF_{U_l} \pm W_{nb}) \ ; \ (DCF_{U_l} \pm W_{nb}) + (RO_{U_l} \pm W_b) \right] \tag{43}$$

Anhand sinnvoller Annahmen kann so eine erste Rangfolge gebildet werden. Diese sollte im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse näher beleuchtet werden, d.h. es ist zu untersuchen bei welchen Parameterausprägungen und Änderungen getroffener Annahmen sich diese Rangfolge ändern kann. Dabei ist darauf zu achten, dass Parameter, welche für mehrere Akquisitionskandidaten gleichzeitig gelten, wie z.B. die Nachfrageentwicklung auf einem Markt, auf welchem mehrere Zielunternehmen tätig sind, für alle diese Kandidaten konsistent auf ihre Ergebniswirksamkeit geprüft werden. D.h. wenn die Nachfrage für einen Kandidaten auf diesem Markt steigt, so steigt sie für alle Kandidaten auf diesem Markt. Ansonsten ist keine Vergleichbarkeit gegeben und daher auch keine Bildung konsistenter Rangfolgen möglich.

Eine Rangfolge wird also immer von den zu Grunde liegenden Annahmen abhängen. Daher liefert das Modell nicht „die eine richtige“ Rangfolge, sondern stellt ein Instrument dar, mit welchem sinnvolle Rangfolgen unter gewissen Annahmen gebildet werden können. Der Anwender kann dann entscheiden, welche Rangfolge er für ökonomisch vertretbar hält, und er sollte sich dabei der dahinter stehenden Annahmen bewusst sein.

5 Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Im Verlauf der Arbeit wurde ein Modell hergeleitet, das auf dem Binomialmodell aufbaut, aber in Teilen dessen restriktive Annahmen lockert. So wurde auf einen vollständigen Kapitalmarkt verzichtet und die daraus resultierende Duplikationsproblematik berücksichtigt. Des Weiteren wurden der risikolose Zinssatz, die Dividendenzahlungen und der Ausübungspreis stochastisch modelliert. Auch in den Zufallsprozess des Basisobjekts wurden Eingriffe ermöglicht unter Beibehaltung der Rekombinierbarkeit seines Wertebaumes. Überlegungen und Möglichkeiten zur Integration von Wettbewerbseffekten wurden unter Hinzuziehen von Ergebnissen aus der Realoptionsliteratur vorgestellt. Abschließend wurden auch qualitativ Wege aufgezeigt, das Zusammenspiel von Realoptionen verschiedener Geschäftsebenen im Unternehmen, von der Einzelprojektebene bis zur Gesamtunternehmensebene, zu berücksichtigen.

Insgesamt lässt sich aufgrund der relaxierten Annahmen und der dadurch erhöhten Komplexität nicht eine „einzig richtige“ Rangfolge der Kandidaten herleiten. Die Rangfolgen werden von den gesetzten Annahmen abhängen und sollten im Rahmen von Sensitivitätsanalysen genau untersucht werden.

Hat man sich dann für einen Akquisitionskandidaten entschieden und tritt mit ihm in die Transaktionsphase ein, so kann das vorgestellte Modell auch zur Detailbewertung des Unternehmens herangezogen werden.

Das Modell eignet sich auch, um Rangfolgen für beliebige Investitionsmöglichkeiten, z.B. F&E-Projekte, aufzustellen, zwischen welchen sich das Management entscheiden muss.

Während der Modellformulierung wurde immer wieder auf weiterführende Arbeiten zu gewissen Teilaspekten verwiesen und Forschungsbedarf aufgedeckt. So ist vor allem für die Bewertung von Unternehmen mit dem Realoptionsansatz das Zusammenwirken der Realoptionen verschiedener Geschäftsebenen dieses Unternehmen wichtig, da es einen nicht unerheblichen Effekt auf das Bewertungsergebnis haben kann. Die Modellierung von Interdependenzen zwischen mehreren Projekten bzw. Geschäftsbereichen jeweils untereinander und dann auch der Interaktionen von Projekten und Geschäftsbereichen untereinander und mit der Gesamtunternehmensebene ist jedoch sehr komplex. In diesem Zusammenhang wird v.a. auch Forschung bezüglich Vereinfachungsmöglichkeiten benötigt, welche das Bewertungsergebnis nur in einem geringen Ausmaß verschlechtern. Auch das Modellieren mit verschiedenen Zufallsprozessen für das Underlying unter Aufgabe der Rekombinierbarkeit kann in gewissen Bewertungssituationen geeigneter sein, als nur das Verwenden des Random Walk. Hierzu besteht ebenfalls Forschungsbedarf.

Bei der Verwendung von Modellen ist grundsätzlich zu beachten, dass die getroffenen Annahmen zu den Modellannahmen passen, da sonst keine aussagefähigen Bewertungsergebnisse erzielt werden können. Zudem kann ein Modell die Wirklichkeit nicht im vollen Maße abbilden, und auch nicht die Zukunft „vorhersagen". Es dient immer nur als Entscheidungshilfe und kann dazu verwendet werden, strukturiert an eine komplexe Bewertungssituation heranzugehen und sich sonst implizit gesetzten Annahmen explizit bewusst zu werden. Vor allem das vorliegende Modell kann helfen die Handlungsmöglichkeiten eines Investitionsvorhabens zu erkennen, beim Umgang mit ihm klar im Auge zu behalten und nutzbringend für das Unternehmen zu nutzen.

Literatur

[1] Amend, Frank: *Flexibilität und Hedging: Realoptionen in der Elektrizitätswirtschaft.* Difo-Druck OHG, Bamberg, 2000.

[2] Baecker, Philipp N., Ulrich Hommel und Hanna Lehmann: *Marktorientierte Investitionsrechnung bei Unsicherheit, Flexibilität und Irreversibilität: Eine Systematik der Bewertungsverfahren.* In: Hommel, Ulrich, Martin Scholich und Philipp Baecker (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 15–36. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[3] Ballwieser, Wolfgang: *Unternehmensbewertung mit Hilfe von Multiplikatoren.* In: Rückle, Dieter (Herausgeber): *Aktuelle Fragen der Finanzwirtschaft und der Unternehmensbesteuerung: Festschrift zum 70. Geburtstag von Erich Loitlsberger*, Seiten 47–66. Wien, 1991.

[4] Balz, Ulrich und Olaf Arlinghaus (Herausgeber): *Praxisbuch Mergers & Acquisitions: Von der strategischen Überlegung zur erfolgreichen Integration.* mi-Fachverl., Landsberg am Lech, 2. Auflage, 2007.

[5] Bauer, Heinz: *Wahrscheinlichkeitstheorie.* de Gruyter, Berlin [u.a.], 5. durchgesehene u. verbesserte Auflage Auflage, 2002.

[6] Bernhard, Hans-Georg: *Realoptionen als Instrument zur marktformspezifischen Unternehmensbewertung.* Lang, Frankfurt am Main [u.a.], 2000.

[7] Bonduelle, Yann, Inga Schmoldt und Martin Scholich: *Anwendungsmöglichkeiten der Realoptionsbewertung.* In: Hommel, Ulrich, Martin Scholich und Philipp Baecker (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 3–14. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[8] Brach, Marion A.: *Real Options in Practice.* John Wiley & Sons, Hoboken and N.J, 2003.

[9] Charalambous, Chris, Nicos Christofides und Eleni D. Constantinide: *Implied non-recombining trees and calibration for the volatility smile*, 2007.

[10] Christmann, Andreas: *Einführung in die Stochastik.* Bayreuth, Wintersemester 2008/2009.

[11] Copeland, Thomas E. und Vladimir Antikarov: *Realoptionen: Das Handbuch für Finanz-Praktiker.* Wiley, Weinheim, 2002.

[12] COPELAND, THOMAS E. und PHILIP T. KEENAN: *How Much is Flexibility Worth?* The McKinsey Quarterly, ohne Jg.(2):38–49, 1998.

[13] COPELAND, THOMAS E., TIM KOLLER und JACK MURRIN: *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies.* Wiley, New York, 3. Auflage, 2000.

[14] COX, JOHN C., STEPHEN A. ROSS und MARK RUBINSTEIN: *Option Pricing: A Simplified Approach.* Journal of Financial Economics, 7:229–263, 1979.

[15] DANGL, THOMAS und MICHAEL O. KOPEL: *Die Bedeutung vollständiger Märkte für die Anwendung des Realoptionsansatzes.* In: HOMMEL, ULRICH, MARTIN SCHOLICH und PHILIPP BAECKER (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 37–62. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[16] DIXIT, AVINASH K. und ROBERT S. PINDYCK: *Investment under uncertainty.* Princeton University Press, Princeton and N.J, 1994.

[17] ERNST, DIETMAR, SONJA SCHNEIDER und BJOERN THIELEN: *Unternehmensbewertungen erstellen und verstehen: Ein Praxisleitfaden.* Vahlen, Franz, München, 3. Auflage, 2008.

[18] FERREIRA, NELSON, JAYANTI KAR und LENOS TRIGEORGIS: *Option Games: The Key to Competing in Capital-Intensive Industries.* Harvard Business Review, 87(3):101–107, 2009.

[19] FREIHUBE, KLAUS: *Die Bedeutung und die Bewertung von Realoptionen(Handlungsspielräumen) in der wertorientierten Unternehmensführung.* Frankfurt am Main, 2001.

[20] GRÜNE, LARS: *Numerische Methoden der Finanzmathematik.* Bayreuth, Wintersemester 2010/2011.

[21] HILPISCH, YVES: *Options Based Management.* Gabler, Wiesbaden, 2006.

[22] HINNE, CARSTEN: *Mergers & Acquisitions Management: Bedeutung und Erfolgsbeitrag unternehmensinterner M&A-Dienstleister.* Gabler Edition Wissenschaft. Gabler, Wiesbaden, 2008.

[23] HOFBAUER, EDITH: *Kapitalkosten bei der Unternehmensbewertung in den Emerging Markets Europas.* Gabler, Wiesbaden, 2011.

[24] HOMMEL, ULRICH, MARTIN SCHOLICH und PHILIPP BAECKER (Herausgeber): *Reale Optionen: Konzepte, Praxis und Perspektiven strategischer Unternehmensfinanzierung.* Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[25] INGERSOLL, JONATHAN E. JR. und STEPHEN A. ROSS: *Waiting to Invest: Investment and Uncertainty.* The Journal of Business, 65(1):1–29, 1992.

[26] JÄCKEL, PETER: *Non-recombining trees for the pricing of interest rate derivatives in the BGM/J framework*, 2000.

[27] JACOD, JEAN und PHILIP E. PROTTER: *Probability essentials.* Springer, Berlin [u.a.], 2000.

[28] KALLENBERG, OLAV: *Foundations of modern probability.* Springer, New York [u.a.], 2. Auflage, 2002.

[29] KAUT, MICHAL und STEIN W. WALLACE: *Non-recombining trees for pricing of multi-variate options*, 2003.

[30] KESTER, W. CARL: *Today's Options for Tomorrow's Growth.* Harvard Business Review, 62(2):153–160, 1984.

[31] KOCH, CHRISTIAN: *Optionsbasierte Unternehmensbewertung: Realoptionen im Rahmen von Akquisitionen.* Dt. Univ.-Verlag, Wiesbaden, 1999.

[32] KROSTEWITZ, ANDREAS: *Unternehmensbewertung im Risikoverbund: Neue Methoden der Unternehmensbewertung bei Mergers & Acquisitions: Univ., Diss. – Jena, 2008.* Jena, 2008.

[33] LEITHNER, STEPHAN und HANS LIEBLER: *Die Bedeutung von Realoptionen im M&A-Geschäft.* In: HOMMEL, ULRICH, MARTIN SCHOLICH und PHILIPP BAECKER (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 219–242. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[34] LIU, YU-HONG: *Valuation of Compound Option When the Underlying Asset is Non-Tradable.* International Journal of Theoretical and Applied Finance, 13(3):441–458, 2010.

[35] LUCKS, KAI und REINHARD MECKL: *Internationale Mergers & Acquisitions: Der prozessorientierte Ansatz.* Springer, Berlin, 2002.

[36] MATSCHKE, MANFRED J. und GERRIT BRÖSEL: *Unternehmensbewertung: Funktionen, Methoden, Grundsätze.* Gabler, Wiesbaden, 2. Auflage, 2006.

[37] MOSTOWFI, MEHDI: *Bewertung von Unternehmensakquisitionen unter Berücksichtigung von Realoptionen.* Lang, Frankfurt am Main [u.a.], 2000.

[38] Müller, Jürgen: *Bewertung von Markteintrittsoptionen unter Berücksichtigung des Wettbewerbs: Dargestellt am Beispiel des polnischen Retail-Banking-Marktes.* In: Hommel, Ulrich, Martin Scholich und Philipp Baecker (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 257–282. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[39] Myers, Stewart C.: *Determinants of Corporate Borrowing.* Journal of Financal Economics, 5(2):147–175, 1977.

[40] Peske, Thorsten: *Eignung des Realoptionsansatzes für die Unternehmensführung.* Eul Verlag, Lohmar, 2002.

[41] Picot, Gerhard: *Handbuch Mergers & Acquisitions: Planung - Durchführung - Integration.* Schäffer-Poeschel, Stuttgart, 4. Auflage, 2008.

[42] Pilipovíc, Dragana: *Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives.* McGraw-Hill, 1998.

[43] Prexl, Sebastian, Michael Bloss, Dietmar Ernst und andere: *Financial Modeling.* Schäffer-Poeschel, Stuttgart, 2010.

[44] Putten, Alexander B. van und Ian C. MacMillan: *Making Real Options Really Work.* Harvard Business Review, 82(12):134–141, 2004.

[45] Rams, Andreas: *Realoptionsbasierte Unternehmensbewertung.* Finanz Betrieb, 1. Jahrgang(11):349–364, 1999.

[46] Røkke, Thomas W. S.: *Valuing Real Options in Strategic Investments.* Difo-Druck GmbH, Bamberg, 2004.

[47] Rückle, Dieter: *Aktuelle Fragen der Finanzwirtschaft und der Unternehmensbesteuerung: Festschrift zum 70. Geburtstag von Erich Loitlsberger.* Wien, 1991.

[48] Schäfer, Henry und Bernd Schässburger: *Bewertung eines Start-up-Unternehmens mit Hilfe des Realoptionsansatzes.* In: Hommel, Ulrich, Martin Scholich und Philipp Baecker (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 281–316. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[49] Schulmerich, Marcus: *Real options valuation: The importance of interest rate modelling in theory and practice.* Springer, Berlin [u.a.], 2. Auflage, 2010.

[50] Stellmaszek, Felix: *Real Options in Strategic Decisions: An Empirical Case Study Analysis of How Companies Integrate Rreal Options into Strategic Decisions.* Pro Business, Berlin, 2010.

[51] Straub, Thomas: *Reasons for Frequent Failure in Mergers and Acquisitions: A Comprehensive Analysis.* Springer-11775 /Dig. Serial]. Deutscher UniversitSts-Verlag | GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, Wiesbaden, 2007.

[52] Tomaszewski, Claude: *Bewertung strategischer Flexibilität beim Unternehmenserwerb: Der Wertbeitrag von Realoptionen.* P. Lang, Frankfurt am Main [u.a.], 2000.

[53] Trigeorgis, Lenos: *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation.* MIT Press, Cambridge and Mass, 1996.

[54] Vogel, Dieter H. und Wolfgang Schumann: *M & A - Ideal und Wirklichkeit.* Gabler, Wiesbaden, 2002.

[55] Wecker, Gregor und Hendrik van Laak (Herausgeber): *Compliance in der Unternehmerpraxis: Grundlagen, Organisation und Umsetzung.* Gabler, Wiesbaden, 2008.

[56] Wirtz, Bernd W.: *Mergers & Acquisitions Management: Strategie und Organisation von Unternehmenszusammenschlüssen.* Gabler-Lehrbuch. Gabler, Wiesbaden, 2003.

[57] Witt, Peter: *Die Bedeutung des Realoptionsansatzes für Gründungsunternehmen.* In: Hommel, Ulrich, Martin Scholich und Philipp Baecker (Herausgeber): *Reale Optionen*, Seiten 121–142. Springer [u.a.], Berlin [u.a.], 2003.

[58] Wübben, Bernd: *German Mergers & Acquisitions in the USA: Transaction Management and Success.* Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden, 2007.

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder unveröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Bayreuth, den 20.10.2012

(Karolina Tenzler)