Erratum zum Beweis von Proposition 7.8

Bei dieser Proposition war das Argument in der Rückrichtung des Beweises leider nicht vollständig. Im Beweis unten ist das Problem behoben.

Proposition 7.8: Es gilt

$$\omega(x) = \bigcap_{t \geq 0} \overline{O^+(\varphi^t(x))}.$$

Beweis. Sei $\hat{x} \in \omega(x)$ und $t_k \to \infty$ eine Folge mit $\varphi^{t_k}(x) \to \hat{x}$. Die Punkte $\varphi^{t_k}(x)$ liegen in $O^+(\varphi^t(x))$ für $t_k \geq t$ und $\hat{x}$ damit in $\overline{O^+(\varphi^t(x))}$ für jedes t, also in deren Schnitt.

Sei umgekehrt jetzt $\hat{x} \in \bigcap_{t \geq 0} \overline{O^+(\varphi^t(x))}$, d.h. für jedes $t \geq 0$ gilt $\hat{x} \in \overline{O^+(\varphi^t(x))}$. Betrachten wir eine Nullfolge $\varepsilon_n \to 0$ und eine Folge $t_n \to \infty$, so existiert folglich zu jedem $n \in \mathbb{N}$ ein $x_n \in O^+(\varphi^{t_n}(x))$ mit $\|\hat{x} - x_n\| < \varepsilon_n$ und damit $x_n \to \hat{x}$ für $n \to \infty$. Aus der Definition des Orbits O^+ folgt nun die Existenz einer Zeit $\tau_n \geq 0$ mit $x_n = \varphi^{\tau_n}(\varphi^{t_n}(x))$. Daraus folgt $\varphi^{\tau_n + t_n}(x) = \varphi^{\tau_n}(\varphi^{t_n}(x)) \to \hat{x}$ für $n \to \infty$ und wegen $\tau_n + t_n \to \infty$ erhalten wir $\hat{x} \in \omega(x)$. $\square$