

Erratum zum Beweis von Satz 8.6

Im Beweis zu Satz 8.6 wurde leider die Rückrichtung zu Teil (iii) vergessen. Hierzu muss der letzte Beweisabschnitt wie folgt erweitert werden:

Es bleiben die Umkehrungen von (i)–(iii) zu zeigen, also dass die (In-)Stabilitätseigenschaften die genannten Eigenwertbedingungen implizieren. Für (i) und (ii) folgt dies sofort aus den leicht zu verifizierenden Äquivalenzen

$$x^* = 0 \text{ stabil} \Leftrightarrow x^* = 0 \text{ nicht instabil}$$

und

Die Eigenwertbedingung aus (i) gilt



Die Eigenwertbedingung aus (ii) gilt nicht

und den bereits bewiesenen Implikationen.

Zum Beweis der Umkehrung in (iii) nehmen wir an, dass die Eigenwertbedingung in (iii) verletzt ist. Dann gilt $a \geq 0$ und damit $|e^{\lambda t}| = e^{at} \geq 1$ für alle $t \geq 0$. Folglich gilt für den ersten Einheitsvektor e_1 und alle $\varepsilon > 0$ und $t \geq 0$ die Ungleichung

$$\|e^{Jt}(e_1\varepsilon)\|_1 = |e^{\lambda t}\varepsilon| = e^{at}\varepsilon \geq \varepsilon.$$

Dies widerspricht aber der asymptotischen Stabilität, denn gemäß dieser müsste für alle hinreichend kleinen $\varepsilon > 0$ die Konvergenz $\|e^{Jt}(\varepsilon e_1)\|_1 \rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$ gelten. \square

Desweiteren finden sich in diesem Beweis auf Seite 113 noch zwei Tippfehler:

In der Formel in der Mitte der Seite muss es $|e^{\lambda t}|$ statt $|e^{\lambda t}|_1$ heißen und zwei Formeln später sollte $\|e^{Jt}(\varepsilon e_2)\|_1$ statt $\|e^{Jt}(\varepsilon e_2)\|$ stehen.